



Oktatási Hivatal

A 2014/2015. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
első forduló

MATEMATIKA III. KATEGÓRIA
(a speciális tanterv szerint haladó gimnazisták)

FELADATOK

1. Mely 1-nél nagyobb egész számok lehetnek két egymást követő $n^2 + 3$ alakú szám közös osztói?
2. Egy háromszög oldalszakaszain felvettünk egy-egy pontot úgy, hogy az ezek összekötésével keletkező négy részháromszög területe egyenlő. Mutassuk meg, hogy a pontok az oldalak felezőpontjai.
3. A $p < q$ páratlan prímek az $n!$ prímtényezős felbontásában azonos kitevőn szerepelnek. Igazoljuk, hogy ekkor $n < p(p + 1)/2$.
4. Vetítsünk egy szabályos tetraédert merőlegesen a tér valamely síkjára. Mutassuk meg, hogy ha a tetraéder vetülete paralelogramma, akkor négyzet.
5. Egy 2014 oldalú szabályos sokszög csúcsai valamilyen sorrendben $P_1, P_2, \dots, P_{2014}$. Bizonyítsuk be, hogy a $P_1P_2, P_2P_3, \dots, P_{2013}P_{2014}, P_{2014}P_1$ egyenesek között van két párhuzamos.

Valamennyi feladat 7 pontot ér.