

Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok

Informatika rovattal

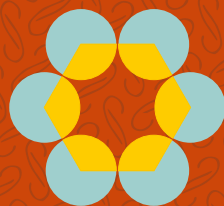
Két kép az **M.438.** mérési feladat egyik beküldött megoldásából



Kép a *Rejtvények, ördöglakatok* cikkhez.



A 2024/25. évi pontversenyek eredményei | Versenykiírás a
2025/26. évi pontversenyekre | Beszámoló az IMO
matematikai és az EuPhO fizikai diákolimpiáról | Előfizetési
tájékoztató | Feladatmegoldások, versenyfeladatok



KöMaL

75. évfolyam
6. szám
2025.
szeptember



IMO 2025 – AUSZTRÁLIA

66. Nemzetközi Matematikai Diákolimpia



Balról jobbra: Dobos Sándor (csapatvezető-helyettes), Bodor Mátyás, Varga Boldizsár, Szakács Ábel, Holló Martin, Czanik Pál, Molnár István Ádám és Harangi Viktor (csapatvezető)



KÖZÉPISKOLAI MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI LAPOK

INFORMATIKA ROVATTAL BŐVÍTVE

ALAPÍTOTTA: ARANY DÁNIEL 1894-ben

75. évfolyam 6. szám

Budapest, 2025. szeptember

Megjelenik évente 9 számban, januártól májusig és szeptembertől decemberig havonta. ÁRA: 1600 Ft

TARTALOMJEGYZÉK

Felhívás a 2025. évi Ankétra.....	322
<i>Harangi Viktor</i> : Beszámoló a 66. Nemzetközi Matematikai Diákolimpiáról.....	322
Olimpiai előkészítő szakkörök a 2025/26. tanévben.....	327
EGMO 2025/2026 felhívás.....	327
Tájékoztató a folyóirat előfizetéséről.....	328
Versenykiírás a KöMaL 2025–2026. évi pontversenyeire.....	329
<i>Vígh Viktor</i> : Rejtvények, ördöglovakok – Emelt szintű bűjöska I.....	339
<i>Bíró Bálint</i> : Gyakorló feladatsor emelt szintű matematika érettségire.....	342
Matematika feladatok megoldása (5403.).....	345
<i>Hujter Bálint</i> : Tait tétele és a 3-reguláris gráfok – a B. 5403. feladat háttere.....	346
A 2024–2025-ös tanévi pontversenyek végeredménye.....	350
A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok (864–868.).....	369
A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (867–868., 1863–1867.).....	370
A B pontversenyben kitűzött feladatok (5470–5477.).....	370
Az A pontversenyben kitűzött nehezebb feladatok (911–913.).....	372
Informatikából kitűzött feladatok (667–670.)..	373
<i>Szász Krisztián, Vankó Péter</i> Beszámoló a 9. Európai Fizikai Diákolimpiáról.....	377
<i>Kurucz Márta, Varga Vázsony</i> : Indulj az Athletica Galactica versenyén, hogy kijuthass a Nemzetközi Csillagászati és Asztrofizikai Diákolimpiára!.....	384
Mérési feladatok megoldása (438.).....	385
Fizika gyakorlatok megoldása (878.).....	388
Fizika feladatok megoldása (5622., 5624., 5627.)	389
Fizikából kitűzött feladatok (442., 893–896., 5661–5669.).....	393
Versenyszerhívás.....	397
Problems in Mathematics.....	397
Problems in Physics.....	399

Főszerkesztő: KORÁNDI JÓZSEF

Fizikus szerkesztő: VANKÓ PÉTER

Műszaki szerkesztő: FRIED KATALIN

Borító: BURGHARDT ZSUZSA

Kiadja: MATFUND ALAPÍTVÁNY

Alapítványi képviselő: KÓS RITA

Felelős kiadó: KATONA GYULA

Nyomda: OOK-PRESS Kft.

Felelős vezető: SZATHMÁRY ATTILA

INDEX: 25 450 ISSN 1215-9247

A matematika bizottság vezetője:

HERMANN PÉTER

Tagjai: BÁN-SZABÓ ÁRON, BÍRÓ BÁLINT, CZETT MÁTYÁS, GYENES ZOLTÁN, HUJTER BÁLINT, KISS GÉZA, KÓS GÉZA, KOZMA KATALIN ABIGÉL, MAGYAR ESZTER, NÉMETH MÁRTON, PACH PÉTER PÁL, PAULOVICS ZOLTÁN, RATKÓ ÉVA, SIMON LÁSZLÓ BENCE, SZTRANYÁK ATTILA, UJHÁZY MÁRTON, VÍGH VIKTOR

A fizika bizottság tiszteletbeli elnöke:

HOLICS LÁSZLÓ

Vezetője: SZÉCHENYI GÁBOR

Tagjai: BARANYAI KLÁRA, GNÄDIG PÉTER, HONYEK GYULA, OLOSZ BALÁZS, SZÁSZ KRISZTIÁN, VÍGH MÁTÉ, VLADÁR KÁROLY, WOYNAROVICH FERENC

Az informatika bizottság vezetője:

SCHMIEDER LÁSZLÓ

Tagjai: LÓCZI LAJOS, SIEGLER GÁBOR, TÓTH TAMÁS

Fordítók: GYENES ZOLTÁN, TASNÁDI ANIKÓ

Nyelvi korrektor: ANDICS ÁGNES

Javítás koordinálása: CSOBÁNKA PETRA

Szerkesztőségi titkár: ONDINÉ SZABÓ SÁRA

A szerkesztőség címe: 1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/C III. emelet 3.405.

Telefon: +36 20 320-1143

A lap megrendelhető a

<https://komalujzag.myshoprenter.hu> oldalon keresztül.

Előfizetési díj egy évre: 12 500 Ft

Kéziratokat nem őrzünk meg és nem küldünk vissza.

Minden jog a KöMaL tulajdonosaié.

E-mail: szerk@komal.hu

Internet: <http://www.komal.hu>

This journal can be ordered from the Editorial office:

Pázmány Péter sétány 1/C III. emelet 3.405.

1117–Budapest, Hungary

telephone: +36 20 320-1143

or on the Internet:

<https://komalujzag.myshoprenter.hu>.

A Lapban megjelenő hirdetések tartalmáért felelősséget nem vállalunk.

Kedves Tanuló, Tisztelt Tanár Kolléga!

A Bolyai János Matematikai Társulat, az Eötvös Loránd Fizikai Társulat,
a MATFUND Alapítvány és
a Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok szerkesztősége szeretettel
meghívja a

KöMaL Ifjúsági Ankétra,

amelynek tervezett időpontja:

2025. október 31–november 1.

Helyszín: ELTE TTK, Budapest, XI. Pázmány P. sétány 1/A. Fizika épület.
A szállással és étkezéssel kapcsolatos információk, a részletes program és a jelentkezéshez kitöltendő űrlap honlapunkon lesz elérhető: <http://www.komal.hu>.

Az Ankét támogatói:



Morgan Stanley



KULTURÁLIS ÉS INNOVÁCIÓS
MINISZTERIUM

NEMZETI KULTURÁLIS
TÁMOGATÁSKEZELŐ



Nemzeti Kulturális Alap

Az Ifjúsági Ankéton minden érdeklődőt szívesen látunk, az előadások nyilvánosak. A pontversenyek **díjazottjai és az első dicséretesek közül az első öt helyezett, valamint tanáraik térítésmentes étkezést** (két ebéd és állófogadás), a **nem budapestiek** ezenkívül **térítésmentes szállást** igényelhetnek az űrlapon keresztül. Kérünk minden érdeklődőt, hogy részvételi szándékát, illetve szállás és/vagy étkezés igénylését mielőbb jelezze az űrlap kitöltésével!

Rövid előzetes program

Péntek – délelőtt 10 órától előadások, délután 3-tól díjkiosztó.

Szombat – előadások.

A programváltoztatás jogát fenntartjuk.

Beszámoló a 66. Nemzetközi Matematikai Diákolimpiáról



Az idei Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát július 10. és 20. között Ausztrália rendezte meg 110 ország és 630 diák részvételével. Az eseménynek Sunshine Coast adott otthont.

A versenyen, szokás szerint, mindkét napon négy és fél óra alatt három-három feladatot kellett megoldani. A feladatok szövegét alább közöljük. Mindegyik feladat helyes megoldásáért 7 pont jár, így egy versenyző maximális teljesítménnyel 42 pontot szerezhet, ami idén összesen öt (két kínai, valamint egy-egy japán, kanadai és orosz) diáknak sikerült. A versenyzők pontszáma a koordinátorok és a csapatvezetők közötti egyeztetés révén alakult ki. A verseny befejezése után megállapított ponthatárok szerint aranyérmet a 35–42 pontot elérő, ezüstérmet a 28–34 pontos, míg bronzérmet a 19–27 ponttal rendelkező tanulók szereztek. A magyar diákok kiválóan teljesítettek, az országok nem-hivatalos pontversenyében a **14. helyet szereztek meg**. Érdemes még megemlíteni, hogy a magyar csapat az 1., 4. és 5. feladatra is az elérhető legmagasabb pontszámot szerezte meg, amit csupán két másik ország (Kína, illetve Törökország) mondhat el magáról. A 6. feladat rendkívül nehéznek bizonyult: a résztvevők 90%-a nem szerzett pontot, és csupán 16 versenyző kapott 1-nél több pontot, közülük hatan adtak be teljes megoldást. Így az aranyéremhez lényegében hibátlanul kellett megoldani az első öt feladat mindegyikét. Ez két magyar diáknak is sikerült.

A magyar csapat tagjai és az elért eredményük:

Bodor Mátyás (Csíkszereda, Márton Áron Főgimn., 11. o. t.) 35 ponttal és

Szakács Ábel (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. o. t.) 35 ponttal *aranyérmet* nyert.

Czanik Pál (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 12. o. t.) 29 ponttal,
Varga Boldizsár (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimnázium, 12. o. t.) 29 ponttal és

Holló Martin (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. o. t.) 28 ponttal *ezüstérmet* szerzett.

Molnár István Ádám (Miskolc, Földes F. Gimn. 12. o. t.) 24 ponttal *bronzérmet* kapott.

Harangi Viktor (Rényi Intézet) a magyar csapat vezetőjeként,

Dobos Sándor (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) a magyar csapat helyettes vezetőjeként,

Kós Géza (ELTE TTK Analízis Tanszék; SZTAKI) a Diákolimpiát irányító testület (IMO Board) választott tagjaként, a Feladat kiválasztó Bizottság tagjaként, illetve a koordinátor csapatban a geometria feladatért felelős „Problem Captain”-ként,

Kunszenti-Kovács Dávid (ELTE TTK Alkalmazott Analízis Tanszék; Rényi Intézet) az IMO Board tagjaként és a norvég csapat vezetőjeként,

Borbényi Márton, Haiman Milan, Jankó Zsuzsanna, Klász Viktória, Záhorský Ákos koordinátorként, *Kós Hajnalka* pedig önkéntes segítőként működött közre az olimpián.

Virág Lénárd Dániel a finn csapat tagjaként versenyzett.

A 2027-es IMO szervezői gárdájából többen megfigyelőként vettek részt az idei diákolimpián, tovább gyarapítva a szép számú magyar küldöttséget: *Bán-Szabó Áron, Karlócai Orsolya, Kós Rita*.



Az országok nem-hivatalos pontversenyének élemezőnye:

1. Kína 231 pont, **2.** USA 216, **3.** Dél-Korea 203, **4–5.** Japán és Lengyelország 196, **6.** Izrael 194, **7.** India 193, **8.** Szingapúr 191, **9.** Vietnám 188, **10.** Törökország 186, **11.** Hongkong 184, **12.** Irán 183, **13.** Románia 181, **14. Magyarország 180**, **15.** Ausztrália 179, **16.** Egyesült Királyság 178, **17.** Kazahsztán 175, **18–19.** Olaszország és Mongólia 174, **20.** Tajvan 170, **21–22.** Bosznia-Hercegovina és Kanada 169, **23.** Bulgária 166, **24.** Ukrajna 165, **25.** Thaiföld 163.

Az imo-official.org honlapon az összes résztvevő versenyző neve és eredménye megtalálható.

Szeretnék köszönetet mondani a versenyzők tanárainak. A központi olimpiai felkészítő szakkör vezetője a helyettes csapatvezető, *Dobos Sándor* volt. A felkészítés részét képezte egy egyhetes táborozás július elején, *Dobos Sándor* és *Kiss Géza* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.), valamint *Kovács Benedek* és *Móricz Benjámin* (ELTE TTK) vezetésével. A felkészítésben és a válogatóversenyek dolgozatainak javításában a tanév során sokan mások is részt vettek. Lelkes fiatalok munkájának köszönhetően idén is folytatódott az „olimpiai iskola”: a tanév során

nyolc szakköri alkalom, valamint két hétvégi tábor keretében vehettek részt tematikus foglalkozásokon az érdeklődők. Továbbá idén is volt közös tábora az angol és magyar diákoknak; ennek a házigazdái *Kovács Benedek*, *Jánosik Áron* és *Kocsis Anett* voltak. A versenyzők további iskolai, szakköri, matematikatábori tanárainak alábbi felsorolásában a tanárok neve után monogramjukkal jelöltem azokat a diákokat, akik a tanítványaik: *Dobos Sándor* (BM, CzP, HM, MIÁ, SzÁ, VB), *Fejér Szabolcs* (MIÁ), *Grallert Krisztina* (MIÁ), *Gyenes Zoltán* (CzP, HM, SzÁ, VB), *dr. Győry Ákos* (MIÁ), *Holló Gábor* (VB), *Hujter Bálint* (CzP, HM, SzÁ), *Kiss Géza* (HM), *Kocsis Szilveszter* (CzP), *Kovács Benedek* (BM, CzP, MIÁ), *Lenger Dániel* (CzP), *Nagy Kartal* (BM, HM, SzÁ), *Nádor Benedek* (CzP), *Pósa Lajos* (CzP), *Sándor András* (CzP, MIÁ, VB), *Surányi László* (HM, SzÁ, VB), *Taricska Dávid* (MIÁ), *Terpai Tamás* (SzÁ), *Tóth Tibor* (MIÁ), *Vass Iván* (MIÁ), *Veres Pál* (MIÁ).

A verseny után a diákok meglátogathatták az Australia Zoo koaláit és krokodiljait, fürödhettek és kajakozhattak a tengerben, megpróbálhattak összebarátkozni a szállás körül lebzselő kengurukkal. Természetesen matekhoz kapcsolódó programok is voltak; idén is tartott előadást a résztvevőknek a matematika állócsillaga, Terence Tao.

A következő matematikai diákolimpiát Kína rendezi: 2026. július 10–20. között Sanghaj ad otthont az eseménynek.

Harangi Viktor



A 66. Nemzetközi Matematikai Diákolimpia feladatai

Első nap

1. feladat. Egy síkbeli egyenest *napfényesnek* nevezünk, ha **nem** párhuzamos sem az x tengellyel, sem az y tengellyel, sem pedig az $x + y = 0$ egyenessel.

Adott egy $n \geq 3$ egész szám. Határozzuk meg az összes k nemnegatív egész számot, amelyre létezik n különböző egyenes a síkon az alábbi tulajdonságokkal:

- ha a és b pozitív egészekre $a + b \leq n + 1$ teljesül, akkor az (a, b) pont rajta van legalább egy egyenesen; valamint
- az n egyenes közül pontosan k napfényes.

2. feladat. Legyen az Ω , illetve Γ körök középpontja rendre M , illetve N . Tegyük fel, hogy Ω sugara kisebb, mint Γ sugara, valamint hogy Ω és Γ a (különböző) A és B pontokban metszik egymást. Az MN egyenes Ω -t a C pontban, Γ -t pedig a D pontban metszi olyan módon, hogy C , M , N és D ebben a sorrendben követik egymást az egyenesen. Jelölje P az ACD háromszög körülírt körének a középpontját. Messe az AP egyenes Ω -t az $E \neq A$ pontban. Messe az AP egyenes Γ -t az $F \neq A$ pontban. Legyen H a PMN háromszög magasságpontja.

Bizonyítsuk be, hogy a H -n átmenő, AP -vel párhuzamos egyenes érinti a BEF háromszög körülírt körét.

(Egy háromszög *magasságpontja* a magasságvonalainak metszéspontja.)

3. feladat. Jelölje $\mathbb{N}$ a pozitív egész számok halmazát. Egy $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ függvényt *pöpecnek* nevezünk, ha $b^a - f(b)^{f(a)}$ osztható $f(a)$ -val tetszőleges a és b pozitív egész számok esetén.

Határozzuk meg a legkisebb c valós konstans, amelyre $f(n) \leq cn$ fennáll minden f pöpec függvényre és minden n pozitív egészre.

Második nap

4. feladat. Egy N pozitív egész *szigorú osztói* alatt az N -nél kisebb pozitív osztóit értjük.

Az $a_1, a_2, \dots$ végtelen sorozat olyan pozitív egészekből áll, amelyek mindegyikének legalább három szigorú osztója van. Minden $n \geq 1$ esetén a_{n+1} megegyezik a_n három legnagyobb szigorú osztójának összegével.

Határozzuk meg a_1 összes lehetséges értékét.

5. feladat. Hanga és Ábel egy kétszemélyes játékot játszanak, amelynek a szabályai egy λ pozitív valós számtól függenek, amelyet mindkét játékos ismer. Az n -edik lépésben ($n = 1$ -gyel kezdődően) a következő történik.

- Ha n páratlan, Hanga választ egy x_n nemnegatív valós számot úgy, hogy

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq \lambda n.$$

- Ha n páros, Ábel választ egy x_n nemnegatív valós számot úgy, hogy

$$x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2 \leq n.$$

Ha valamelyik játékos nem tud megfelelő x_n számot választani, a játék véget ér és a másik játékos nyer. Ha a játék örökké tart, egyik játékos sem nyer. A választott számok mindkét játékos számára ismertek.

Határozzuk meg az összes olyan λ számot, amelyre Hangának nyerő stratégiája van, valamint az összes olyat, amelyre Ábelnek nyerő stratégiája van.

6. feladat. Vegyünk egy 2025×2025 egységnégyzetből álló négyzetrácsot. Matild téglalap alakú csempéket helyez a rácsra (amelyek mérete eltérő lehet) úgy, hogy a csempék oldalai a rácsegyenesekre esnek, illetve minden egységnégyzetet legfeljebb egy csempe fed.

Határozzuk meg, legkevesebb hány csempét kell Matildnak leraknia ahhoz, hogy a rács minden sorában és minden oszlopában pontosan egy egységnégyzetet ne fedjen csempe.

Olimpiai előkészítő szakkörök a 2025/26. tanévben



A Bolyai János Matematikai Társulat által szervezett **Központi szakkör** első két időpontja 2025-ben: szeptember 19.; október 3.; 14:30 és 17:00 között. Helyszín: Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium (VIII. kerület, Horváth Mihály tér 8., 1. emelet 127/a terem).

Két évig szombatonként működött az **Olimpiai Iskola**. Ez jelentősen átalakul. A MatFiz Alapítvány támogatásával a tanév során többnapos táborok lesznek, amelyekre az olimpiai kvalifikáció, a KöMaL pontversenye, az OKTV és az Arany Dániel versenyek eredménye alapján történik a meghívás.

A **Csongrád-Csanád megyei szakkör** helyszíne: SZTE Bolyai Intézet (Szeged, Aradi vértanúk tere 1) I. emelet Riesz terem. Időpont: kéthetente csütörtökönként 15:00–17:00. Az első szakkör időpontja: 2025. szeptember 25.

Nemcsak a nemzetközi matematikai diákversenyeke segíthetik a felkészülést az immár 25 éves **Erdős Pál Matematikai Tehetséggondozó Iskola** veszprémi foglalkozásai. Az egyes foglalkozásokra a diákok egyénileg jelentkezhetnek 2025. szeptember 15-ig az Erdős Iskola honlapján: www.erdosprogram.hu. Az idei első foglalkozás szeptember 26–28. között lesz Veszprémben.

Az IMO, EGMO és MEMO válogató versenyeinek időpontjai és a felkészüléssel kapcsolatos további információk a <https://cms.renyi.hu/olimpiak/hu> oldalon találhatóak.



EGMO 2025/2026 felhívás

2026. április 9. és 15. között Franciaországban, Bordeaux-ban kerül megrendezésre a tizenötödik Európai Leány Matematikai Diákolimpia, az EGMO (<https://www.egmo.org/>).

Országunk a versenyen egy négyfős csapattal képviseltetheti magát, melynek összetétele 2026 elején derül majd ki.

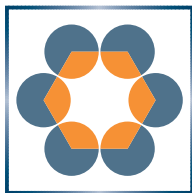
A válogatás szempontjai: a válogatóversenyeken (2025. október, 2025. november és 2026. január) elért eredmények.

A versenyen való sikeres szerepléshez, illetve a kiutazó csapatba kerüléshez is alapvetően nélkülözhetetlen az alapos felkészülés, ezt többféleképpen is szeretnénk segíteni. Év közben tematikus gyakorló feladatsorokat küldünk az érdeklődőknek. Emellett a válogatók összesített eredménye alapján a legeredményesebb diákok meghívást kapnak egy tavaszi intenzív EGMO felkészítő hétvégére is.

A felkészülésbe érdemes minél előbb, akár már kilencedikesként bekapcsolódni. Minden lány jelentkezését szeretettel várjuk, akit érdekel a versenyrésztétel lehetősége és nem riad vissza attól sem, hogy ebbe komolyabb munkát fektessen.

A felkészülésről és a válogatás szabályairól a <https://cms.renyi.hu/olimpiak/> oldal EGMO fülé alatt találtok további részleteket. Emellett bármilyen kérdés esetén bátran írhattok az egmo.hungary@gmail.com címre is. 😊

Kiss Melinda Flóra, Kerekes Anna



Tájékoztató a folyóirat előfizetéséről

A Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok megrendelhető a kiadónál, a MATFUND Alapítványnál a <https://komalujsag.myshoprenter.hu> oldalról vagy a KöMaL szerkesztőség címén. Egy példány előfizetési díja a 2025–2026-os tanévre (2025. szeptembertől 2026. júniusig) 12500 Ft, egy lapszám fogyasztói ára 1600 Ft.

További részleteket a <https://www.komal.hu/megrendelolap/reszletek.h.shtml> oldalon találhatnák; sok egyéb mellett az azonos címre küldendő, 7-nél nagyobb példányszámú megrendelés esetén felhasználható csoportos előfizetési akcióinkat. Kérdéseiket a megrendeleskomal@gmail.com címen vagy a +36 20/320-1143 telefonszámon várjuk.

A webshophoz új regisztrációra csak új megrendelőinknek van szüksége (amely kizárólag a vásárláshoz kell). Egy vásárlói fiókból akár 5 különböző címre is kérhet

szállítást, így címváltozás esetén sem kell újra regisztrálni. A regisztráció és a vásárlás menetéről megtekintheti rövid videónkat, amely a KöMaL online csatornáiról érhető el.

Az átutalás és készpénzes fizetés mellett továbbra is lehetőség van bankkártyás fizetésre (*Simple Pay*-en keresztül). Csekket már nem küldünk az első számmal. A számlákat elektronikus úton juttatjuk el a megrendelőkhoz.

A Bolyai János Matematikai Társulat tagjai számára igénybevehető kedvezmények megegyeznek a korábbi években megszokottakkal (www.bolyai.hu), a kedvezmény érvényesítéséhez kérjük, használják a BOLYAI kuponkódot.

Versenykiírás^{*} a KöMaL 2025–2026. évi pontversenyeire



Kedves Versenyzőnk!

Matematikából, fizikából és informatikából indítunk versenyeket. A versenyekkel elsődleges célunk a fenti tárgyak iránti érdeklődés felkeltése és növelése. Célunk az is, hogy a feladatokkal is lehetőséget nyújtsunk a versenyzőknek önálló gondolkodásuk, problémamegoldásuk fejlesztésében, ismereteik és képességeik bővítésében. Lehetőséget nyújtunk, hogy ki-kí érdeklődésének és korosztályának, illetve lelkesedésének megfelelő környezetben mérhesse össze teljesítményét a többi versenyzőével. Mindezek miatt is különösen fontosnak tartjuk a verseny tisztaságának megőrzését.

Különbéféle nehézségű pontversenyeket indítunk, egyénileg, illetve csapatban is lehet versenyezni, amelyeknek részletei a továbbiakban olvashatóak. A versenyek 9 hónapon keresztül, 2025. szeptemberétől 2026. június elejéig tartanak. Minden hónapban új feladatokat tűzünk ki, és a megoldásokat a következő hónap elejéig küldheted be. A verseny végeredményét a 2026. szeptemberi számunkban hirdetjük ki. A díjakat jövő ősszel, a KöMaL Ifjúsági Ankéton adjuk át.

A részvétel pontversenyeinkben a 2025/2026-os tanévben is térítésmentes. Kérjük azonban versenyzőink szüleit, hozzátartozóit, vagy az őket támogató intézményeket, cégeket, hogy előfizetésükkel és adományaikkal segítsék a KöMaL fennmaradását.

Nevezés a versenyre

Versenyeinkben minden általános iskolás és középiskolás korú tanuló részt vehet.

Az Európai Unió Általános Adatvédelmi Rendelete (GDPR) értelmében **a 16 évesnél fiatalabb versenyzőink adatainak nyilvántartásához szülői engedély szükséges. Az ő esetükben egy szülői nyilatkozatra is szükség van, amelyet a regisztráció során lehet megadni. Ameddig a szülői nyilatkozat nem érkezik meg, addig a versenyző neve nem szerepelhet az eredménylistában.** Adatkezelési szabályzatunk a <https://www.komal.hu/info/adatkezeles.h.shtml> címen olvasható.

^{*} Kérjük, hogy azok is figyelmesen olvassák el a Versenykiírást, akik tavaly már részt vettek valamelyik versenyünkben, mert több fontos változás is történt.

Regisztráció

Ha még soha nem vettél részt a KöMaL versenyekben, az első lépés a *regisztráció a honlapunkon* (<https://www.komal.hu/u?a=reg>). A regisztráció során alapvető adatokat (név, születési dátum, iskola, osztály, e-mail cím) kérünk. A későbbi bejelentkezéshez szükséges jelszavadat e-mailben küldjük el.

Ha az osztályodban van esetleg azonos nevű versenyző (mondjuk két Kovács Péter is), akkor nevezéskor válasszatok valami megkülönböztetést, például második keresztnév, vagy egy szám beillesztése (mondjuk Kovács 823 Péter). A tanév során beküldött dolgozataidon is minden esetben az így egyedivé tett nevet használd.

A sikeres regisztráció után meg tudod adni a további adataidat is, például a felkészítőtanáraid neve, a levelezési címed (ide fogjuk küldeni a 2026-ban érettségizők oklevelét), és nyilatkozatsz a részletes pontszámok nyilvánosságáról vagy egyes konkrét versenyekben való részvételedről.

Ha korábban már regisztráltál, akkor nincs szükség újabb regisztrációra, a tavalnyi jelszavadat továbbra is használhatod. De ettől még szükséges lesz a személyes beállításaid áttekintése, felülvizsgálata. A csapatokat azonban újra kell regisztrálni.

Az egyes pontversenyekre az első dolgozat beküldésével nevezhetsz be.

A versenyekbe a tanév során később is be lehet kapcsolódni.

FONTOS! Csak a regisztrációd után tudsz megoldásokat feltölteni. A versenyben kizárólag az adott határidőig a Munkafüzetbe beírt vagy feltöltött megoldásokat értékeljük! A regisztráció nélkül, postán vagy e-mailben beküldött megoldásokat utólag sem vesszük figyelembe!

Az osztályok számozása

A KöMaL versenyekben az osztályokat 1-től 12-ig számozzuk. Lehet, hogy a számozás nem azonos az iskolában használt számmal. Azok számítnak 12. osztályosnak, akik most kezdik az érettségi vizsga előtti utolsó évet. 11., illetve 10. osztályosnak számítnak azok, akik várhatóan 2027-ben, illetve 2028-ban fejezik be a középiskolát.

Azok, akik $8 + 5$ éves képzésben vesznek részt, például a nyelvi előkészítő osztályok tanulói, két egymás utáni évben is 9. osztályosnak számítnak. **Kérjük, ha az osztályod sorszáma nem 1-gyel nőtt tavalyhoz képest, ezt jelezd a szerkesztőségnek e-mailben.**

A regisztráció módosítása

A regisztráció után az azonosításhoz szükséges adataidat (név, iskola, osztály, e-mail cím) önállóan nem tudod módosítani. Ha ezek megváltoznak, kérjük, hogy a változások átvezetéséért fordulj e-mailben a szerkesztőséghez.

Mindenkit óvunk a regisztráció megismétlésétől, a többszörös regisztrációtól. Nincs olyan helyzet, amin a többszörös regisztráció javítana, csak zavart okoz. Például ilyen esetben előfordulhat, hogy kétszer szerepelsz a versenyben, de mindkétszer feleakkora pontszámmal.

Arcképek

Érdemes fényképet is beküldened, így az meg tud jelenni a pontverseny eredményében, valamint jó eredmény esetén a decemberi szám tablóján is. (Nagy matematikusaink ifjúkori képeit is megtalálod a régi KöMaL-ok tablóján.) Ehhez csak egy fényképedet kell elküldened a szerkesztőségnek e-mailben. Ha lehet, válassz világos,

egyszínű hátteret. A képeket egységes méretűre alakítjuk, ezért célszerű aránylag nagy felbontást használnod.

Csapatversenyek

A hagyományos egyéni pontversenyek mellett csapatok számára is meghirdetünk pontversenyeket.

2–3 fős csapatok jelentkezhetnek a **C** és **B** matematika,
az **I** informatika, a **G** és **P** fizika,

továbbá 2 fős csapatok az **M** fizika mérési pontversenyre.

A csapatversenyek általános szabályai megegyeznek az egyéni nevezésű hagyományos versenyek szabályaival (a versenyek leírását lásd lentebb), feladatai megegyeznek az egyéni verseny feladataival.

A csapattagoknak egyénileg is regisztrálniuk kell, ha korábban nem regisztráltak. Ezután lehet csapatot regisztrálni. A tagok lehetnek különböző iskolából és különböző évfolyamokról is. Egy csapat abban a kategóriában fog versenyezni, ami az évfolyam szerinti legidősebb tagjának a kategóriája.

Egy személy több csapatnak is tagja lehet, illetve indulhat egyéni versenyben is, de egy pontversenyben pontosan egyszer vehet részt. **Ha valaki a C csapatversenyben versenyez, az nem indulhat a K, B, C vagy A egyéni pontversenyek egyikében sem. Ugyancsak nem versenyezhet valaki egyszerre fizikából a G csapatversenyben és a P egyéni versenyben is.**

A **C** csapatversenyt két kategóriában az 5–10. évfolyamosok, illetve 11–12. évfolyamosok; a **B** csapatversenyt egy kategóriában: 5–12 évfolyamosok; az **I**, **M** és **P** csapatversenyeket egy-egy kategóriában: a 9–12. évfolyamosok; továbbá a **G** csapatversenyt egy kategóriában: a 9–10. évfolyamosok számára hirdetjük meg.

Matematika versenyek

Négyféle versenyt indítunk, növekvő nehézségi sorrendben **K**, **C**, **B** és **A** kategóriában. Egy tanuló több pontversenyben is indulhat, de az egyéni **K** és **B** pontversenyek közül csak az egyiket választhatja. Ha kilencedik osztályos vagy, akkor a személyes beállításaid között nyilatkozhatsz, hogy melyik versenyben szeretnél részt venni.

Mindegyik versenyünkre érvényes, hogy **egy feladatra csak egy megoldást értékelünk.**

Örömmel fogadjuk a kitűzött feladatainkhoz beküldött megjegyzéseket, általánosításokat, ezek közül az érdekesebbeket meg is jelentetjük a lapban. Ugyancsak örömmel vesszük, ha valaki a pontversenyekbe javasolt feladatot küld be. Ezeket a feladatokat lehetőség szerint ki is tűzzük, sőt, a legjobbakat különdíjjal is elismerjük. Versenyzőink akkor kaphatnak pontot az általuk javasolt kitűzött feladatra, ha annak megoldását – a többi feladat megoldásához hasonlóan – feltöltik a Munkafüzetbe.

K-jelű matematika feladatok – az ABACUS és a KöMaL Közös pontversenye Kilencedikes Kezdőknek.

A **K** pontversenyben csak kilencedik osztályosok indulhatnak. Közülük elsősorban azoknak ajánljuk, akik csak most ismerkednek a KöMaL-lal. Szeptembertől

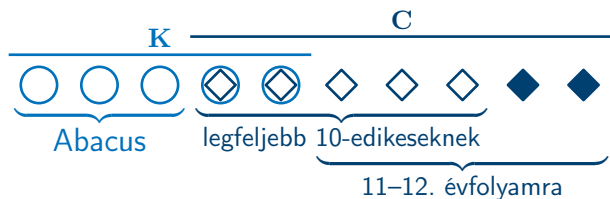
májusig kilenc fordulóban havonta öt feladat jelenik meg. Ezek közül szeptembertől márciusig három feladat az ABACUS pontversenyével közös, amely feladatokat az *ABACUS matematikai lapok* bocsátja a KöMaL rendelkezésére. **Mindegyik feladat teljes megoldása 5 pontot ér.**

Az ABACUS pontversenyében továbbra is az általános iskolák 3–8. osztályos tanulói vehetnek részt.

Azok a 9-edikesek, akik **K**-ban indulnak, nem lehetnek tagjai **C** pontversenybe nevezett csapatnak.

C-jelű matematika gyakorlatok

A **C** pontverseny gyakorlatait azoknak az olvasóinknak ajánljuk, akik túl nehéznek vagy szokatlanoknak találják a **B** és az **A** kategória feladatait. Itt rendszeresen közlünk az iskolai tananyaghoz szorosabban kapcsolódó gyakorlatokat, azok találhatnak itt kedvükre valót, akik valamivel – de nem sokkal – szeretnének túllépni az iskolai matematika keretein, vagy emelt szintű érettségit kívánnak tenni matematikából. **A C pontverseny első két feladata megegyezik a K pontverseny utolsó két feladatával, jelölésük K/C.** A megoldásra kapott pontszámok mindkét pontversenybe beszámítanak. A **K** pontversenyben továbbra is csak 9. évfolyamos, illetve nyelvi előkészítő évfolyamra járó tanulók vehetnek részt, ugyanakkor versenyezhetnek egyszerre mind a **K**, mind a **C** pontversenyekben – az utóbbiban a 10-edikesekkel egy kategóriában.



A gyakorlatok egy része általános iskolásoknak is ajánlható, más részük azonban a 11–12. évfolyam tanulmányaira támaszkodik. Minden hónapban hét gyakorlatot tűzünk ki, ebből az 1–5. gyakorlatokra a legfeljebb 10. évfolyamosok, a 3–7. gyakorlatokra pedig a 11–12. évfolyamosok küldhetnek be megoldást. Minden dolgozatra legfeljebb 5 pont kapható.

A **C** pontversenyt egyéniben négy korcsoportban: 5–8., 9., 10., illetve 11–12. osztályosok, csapatban pedig két korcsoportban értékeljük: 5–10., illetve 11–12. osztályosok. Aki a **C** csapatversenyben indul, nem indulhat egyénileg sem a **K**, sem a **C**, sem a **B**, sem az egyéni **A** versenyben (de indulhat a **B** csapatversenyben).

B-jelű matematika feladatok

A **B** pontversenyben havonta összesen nyolc feladatot tűzünk ki, de havonta mindenkinek **legfeljebb hat** megoldását számítjuk be a pontversenybe (amelybe azonban először a nem versenyszerűeket számítjuk be, lásd lentebb). Az eredményes versenyzéshez tehát nincs szükség valamennyi feladat megoldására; ki-ki gondolja végig, mely példákkal foglalkozna szívesen, hogyan érhetné el a legtöbb pontot.

A **B**-jelű feladatok sorrendje megfelel az iskolai tananyagnak: egy feladatsoron belül az alacsonyabb sorszámúakat ajánljuk a fiatalabbaknak. A feladatokra általában legfeljebb 3, 4, 5 vagy 6 pontot lehet kapni. (A közölt pontszám szándékaink szerint a feladat nehézségét is jelzi.)

Az egyéni **B** pontverseny eredményét öt korcsoportban tartjuk nyilván: a 8. évfolyamig, a 9., 10., 11., illetve 12. évfolyamokban; a csapatversenyét pedig egyetlen korcsoportban értékeljük. Nem indulhat valaki egyszerre **B** csapatversenyben és **B** egyéniben is.

A-jelű nehezebb matematika feladatok

Az **A** pontverseny a legfelkészültebb diákok számára indul. Elsősorban azoknak ajánljuk, akik tudományos kutató pályára vagy nemzetközi versenyekre készülnek.

Havonta két vagy három **A** feladatot tűzünk ki, mindegyik feladatra legfeljebb 7 pont kapható. Az **A** verseny résztvevőit nem különítjük el évfolyamonként, mindannyian együtt versenyeznek.

Fizika versenyek

Háromféle fizika versenyt indítunk: **M**, **G** és **P** kategóriában. Egy tanuló több pontversenyben is indulhat, de az egyéni **G** és **P** pontversenyek közül csak az egyiket választhatja. A legfeljebb 10. osztályos résztvevőknek a személyes beállításaik között kell nyilatkozniuk, hogy a **P** és **G** versenyek közül melyikben kívánnak részt venni.

Természetesen fizika feladatainkhoz is örömmel fogadjuk a beküldött megjegyzéseket, általánosításokat, ezek közül az érdekesebbeket meg is jelentetjük a lapban. Ugyancsak örömmel vesszük, ha valaki a pontversenyekbe javasolt feladatot küld be. Ezeket a feladatokat lehetőség szerint ki is tűzzük, sőt, az arra érdemeseket különdíjjal is elismerjük. Versenyzőink akkor kapnak pontot az általuk javasolt feladatra, ha annak megoldását nem csak a feladattal együtt küldik el, hanem – a többi feladat megoldásához hasonlóan – feltöltik a Munkafüzetbe is.

M-jelű pontverseny – fizika mérési feladatok

Havonta egy mérési feladatot tűzünk ki, valamennyi korosztály számára közösen. A feladat megoldásával 6 pontot lehet szerezni.

A mérés elvégzéséhez egyéni versenyzőként is szabad egy személy (családtag, osztálytárs, barát) segítségét is igénybe venni. A segítő személy adatait a mérési jegyzőkönyv elején a versenyző adatai mellett tüntessétek fel. Lehet kétfős csapatban is indulni a versenyen, azaz az egyéni versenyzők és a csapatok egy közös versenyen indulnak. Aki egy csapat tagjaként indul az **M** versenyben, nem versenyezhet egyénileg is az **M** versenyben.

G-jelű fizika gyakorlatok

A **G** pontversenyben legfeljebb 10. osztályosok vehetnek részt. Azoknak az olvasóinknak ajánljuk, akik túl nehéznek vagy szokatlannak találják a **P** feladatokat. Ebben a kategóriában többnyire az iskolai tananyaghoz szorosabban kapcsolódó gyakorlatokat találnak a versenyzők, így itt azok is eséllyel indulhatnak, akik még nem rendelkeznek feladatmegoldó rutinnal. A **G** gyakorlatok megoldásával és beküldésével felkészülhetnek arra is, hogy a következő években eredményesen szerepelhessenek a **P** pontversenyben.

Minden hónapban négy **G** gyakorlatot tűzünk ki, az elérhető pontszámokat a feladatok után feltüntetjük. Mindenki szabadon választhat a kitűzött gyakorlatok közül, de **havonta legfeljebb három** feladat megoldását (először a nem versenyszerveket) számítjuk be a pontversenybe.

Az egyéni **G** pontverseny eredményét három korcsoportban tartjuk nyilván: a 8. évfolyamig, a 9. és 10. évfolyamokban; a csapatversenyét pedig egyetlen korcsoportban: 5–10. osztályosok. Aki a **G** csapatversenyben indul, nem indulhat egyénileg sem a **G**, sem a **P** versenyben (de indulhat a **P** csapatversenyben).

P-jelű fizika feladatok

Havonta kilenc elméleti feladatot tűzünk ki, nem nehézségi, hanem az életkornak megfelelő sorrendben. A pontszámokat a feladatok után feltüntetjük. Mindenki szabadon választhat a kitűzött elméleti feladatok közül. **Az 5–8. évfolyamosoknak havonta legfeljebb három, a 9–12. évfolyamosoknak legfeljebb négy megoldását** számítjuk be a pontversenybe (azonban először a nem versenyszerűeket).

Az elméleti versenyt egyénileg korosztályonként (8. évfolyamig, 9., 10., 11., 12. évfolyam) külön-külön összesítjük és értékeljük, a csapatversenyét pedig egyetlen korcsoportban: 5–12. osztályosok. Aki a **P** csapatversenyben indul, nem indulhat egyénileg a **P** versenyben.

Informatika verseny

I-jelű pontverseny – informatika alkalmazási és programozási feladatok

Havonta négy **I-jelű** feladatot tűzünk ki, valamennyi korosztály számára közzétesz. Mindegyik feladat 10 pontot ér. A feladatok egy része általános iskolásoknak is ajánlható, nagyobb része azonban a középiskolai tanulmányokra támaszkodik. Alapvető célunk, hogy e feladatok segítsék a felkészülést a közép- és emelt szintű digitális kultúra érettségire és az informatika versenyekre. A feladatok egy része segítség lehet a hazai és nemzetközi programozási versenyekre való felkészülésben.

A feladatok megjelenése

Új feladatokat havonta, szeptembertől májusig tűzünk ki. A feladatokat megtalálod nyomtatott számunkban és a honlapunkon.



Honlapunkon a feladatokat – szeptember kivételével – az adott hónap 28. napján hozzuk nyilvánosságra. Előfizetőink (akiknek előfizetése az adott tanév egészére vonatkozik) azonban az adott típusú előző havi feladat beküldési határidejét követő naptól elérhetik a következő feladatok szövegét, és elkezdhetik a munkát. Amennyiben előfizetett a KöMaL-ra, a személyes beállításaid között add meg előfizetői kódodat, így tudsz korábban hozzáférni a feladatokhoz. Az előfizetői azonosítót megtalálod a szeptemberi példányod címlapjára ráragasztott címkén.

Azok az előfizetőink, akik (például életkoruknál fogva) nem versenyzőink, regisztráció és az előfizetői kód megadása után az előfizető versenyzőkkel egy időben érhetik el a feladatok szövegét.

Egy előfizetői azonosítót csak egy személy használhat.

A dolgozatok tartalma

Kérjük, tanulmányozd a korábbi számainkban, illetve a honlapunkon megjelent megoldásokat, ezek sokat segíthetnek annak megértésében, hogy milyen formát és részletességet várunk el a beküldött megoldásoktól.

Matematika és fizika elméleti megoldások

A megoldás leírása azt jelenti, hogy az olvasót végigvezeted a megoldásod lépésein. Törekedj a rövid, jól követhető leírásra. Próbáld alaposan átgondolni a lépések sorrendjét és lerövidíteni a megoldást. A gondos leírás sok időt igényel, ne hagyd az utolsó pillanatra!

Maximális pontszám csak teljes megoldásért jár, pusztán eredményközlésért nem adunk pontot. A kimondott állításokat igazolni kell. Levezetés és hivatkozás nélkül csak a középiskolai tananyagban szereplő tételeket fogadjuk el. Közismert tételekre (pl. Menelaosz-tétel, Hölder-egyenlőtlenség stb.) elegendő a nevükkel hivatkozni, egyéb esetekben ki kell mondani a felhasznált tételt, és fel kell tüntetni az idézett forrást (cím, oldalszám vagy internet-cím). Tételekre való hivatkozáskor azt is meg kell mutatni, miért teljesülnek a tétel feltételei, és hogyan következik a tétel állításából a bizonyítás gondolatmenetének következő lépése.

Többször előfordult már, hogy egy-egy feladat szerepelt valamely példatárban, vagy megtalálták az interneten. Arra is láttunk példát, hogy egy folyóiratcikkben, vagy éppen a KöMaL egy korábbi feladatában a feladatban kitűzötttel lényegében ekvivalens, vagy annál általánosabb állítás bizonyítása szerepelt. Célunk továbbra is versenyzőink problémamegoldó képességének fejlesztése, ezért **nem adunk pontot azokra a dolgozatokra, amelyek csak a megoldás helyét közlik, vagy annyit írnak le, hogy a feladat egy nehezebb tétel speciális esete vagy triviális következménye. A végeredményhez vezető gondolatmenetet részletesen le kell írni.**

Ha a megoldáshoz könyvekben vagy az interneten talált írásokat használsz fel, vagy ezekből idézel, tüntesd fel a felhasznált forrásokat. A szó szerinti idézeteket a forrás megjelölésén túl idézőjelek közé is kell tenni.

A **fizika feladatoknál** előfordulhat, hogy a feladat szövege nem tartalmaz a numerikus megoldáshoz szükséges minden konkrét információt, például bizonyos anyagi állandókat, földrajzi vagy csillagászati mennyiségek számszerű értékeit. Ilyenkor vagy a Függvénytáblázatokban (Függvénytáblázatok, Matematikai, fizikai, kémiai, biológiai összefüggések), vagy az **interneten** kereshetitek meg a szükséges adatokat.

A hosszabb, összetettebb gondolatmeneteket érdemes tagolni, részekre bontani. Használj bekezdéseket, részeket, címeket és alcímeket. A különböző segédállításokra, képletekre és ábrákra könnyebb úgy hivatkozni, ha azokat megszámozzod.

A geometria feladatok megoldásának fontos részei az ábrák, amelyeken követni és ellenőrizni lehet a megoldás lépéseit. Mindig mellékelj a szükséges ábrát, **az ábra nélküli vagy nem megfelelő ábrát tartalmazó megoldásokat nem tekintjük teljesnek. A gondolatmeneted azon lépéseire, amelyekhez nincs mellékelve a szükséges ábra, nem kapsz pontot.** Bonyolultabb ábrák esetén az egyes geometriai objektumokat ne csak az ábrába rajzold be, hanem szövegesen is definiáld. Például „legyen P' a P pont tükörképe az e egyenesre”. Elektronikus beküldés esetén ügyelj a megfelelő felbontásra. A felbontás akkor megfelelő, ha a számítógép képernyőjén elfér, és

a fontos részletek is jól kivehetőek. Általában megfelelő felbontású egy ábra, ha a szélessége 500-1000 pixel körül van, de a legjobb, ha beküldés előtt ellenőrzöd a saját képernyődön az olvashatóságot.

A matematika példák megoldásaként számítógépes programokkal – beleértve az olyan online szolgáltatásokat is, mint például a Wolfram Alpha – kiszámított eredményeket nem fogadunk el. Ha harmincnál több esetet vizsgálsz, pedig lényegesen le lehetett volna szűkíteni az esetek számát, azt is úgy tekintjük, mintha programot írtál volna a számolások elvégzésére. **Nem fogadjuk el azokat a megoldásokat sem, amelyeket valaki mesterséges intelligencia (MI) felhasználásával készített, beleértve a keresőprogramokba beépített MI segítségével készítetteket is!**

Mérési feladatok

A mérés leírása (mérési jegyzőkönyv) feltétlenül tartalmazza a mérés elvének áttekinthető leírását (a mérési elrendezés vázlatos rajzával, esetleg fotókkal), megfelelő számú és pontosságú mérési adatot (áttekinthető táblázatban, a mértékegységeket is megadva), a mérési adatok kiértékelését (lehetőleg grafikusán ábrázolva), és a hiba nagyságrendjének becslését. A mért és számított mennyiségeket ne adjuk meg indokolatlanul sok tizedesjeggyel, hanem csak a becsült hibával összhangban álló pontossággal. A mérési jegyzőkönyv legyen viszonylag tömör, de annyira áttekinthető, hogy annak alapján bárki meg tudja ismételni a leírt mérést. Nagyon sok (50-nél több) mérési adat esetén elegendő azoknak csak egy „reprezentatív” részét beküldeni és a többinek csak az átlagát közölni. A 6 oldalnál hosszabb jegyzőkönyv tartalmazzon egy rövid (kb. 1/2 oldalas) összefoglalást is.

Informatika megoldások

Az I-jelű programozási feladatok megoldását Basic, C, C++, C#, Java, Pascal vagy Python nyelvek egyikén kell elkészítened. A fejlesztéshez bármilyen fejlesztőkörnyezetet használhatsz, javasoljuk az Oktatási Hivatal honlapján elérhető emelt szintű érettségi szoftverlista fejlesztőeszközeit.

Az I pontversenyben kitűzött alkalmazói feladatok megoldásához szintén az előbbi szoftverlista eszközeit javasoljuk. Az alkalmazói feladatokat a listán szereplő alkalmazásokkal fogjuk értékelni. Az egyéb használható alkalmazásokat egy-egy feladat leírása tartalmazza, ezek jórészt szabadon felhasználható programok.

A megoldások elkészítése és beküldése

Megoldásodat a Munkafüzetbe töltsd fel!

A matematika és fizika dolgozataidat megszerkesztheted honlapunkon, vagy fel töltheted kész fájl formájában. Az informatika feladatok megoldásait csak feltölteni tudod.

Azokat a dolgozatokat, amelyek több feladat megoldását tartalmazzák egy fájlban vagy külalakjuk miatt értékelhetetlenek, *nem értékelhetőnek* minősítjük. *Nem értékelhető* minősítést kap az olyan megoldás is, ahol rendes képletek helyett nehezen értelmezhető karaktersorozatok vannak, például $x^2 + (1+5+2\sqrt{5})x^2 / 4$ vagy $(1+gyök5)/2 \cdot x$.

A megoldások online szerkesztése az Elektronikus Munkafüzetben

Az Elektronikus Munkafüzet a honlapunk része. Webes felület, amely lehetőséget ad a megoldás közvetlen beírására, szerkesztésére. A megoldásaidat egészen a beküldési határidőig módosíthatod, átszerkesztheted.

Képletek szerkesztéséhez a $\text{\TeX}$ rendszert használjuk. Javasoljuk, hogy honlapunkon járd végig a *$\text{\TeX}$ tanfolyamot*.

Kész fájlok feltöltése

Megoldásaidat az otthoni vagy iskolai számítógépeken is elkészítheted, és a kész fájlt honlapunkon feltöltheted. Matematika vagy fizika feladatok megoldásának beküldésekor a többféle operációs rendszerben is olvasható **PDF** vagy **JPG formátumot** használd! A dokumentum elején legyen egy fejléc: a feladat száma pirossal, neved, osztályod, városod, iskolád.

A kézírással készült megoldásodat vonalazás és négyzetháló nélküli fehér papírra írd, majd megfelelő minőségben, egyetlen PDF vagy JPG fájlként töltsd fel a Munkafüzetbe.

Ügyelj arra, hogy a kép jól olvasható legyen, és a felbontás ne legyen se túl nagy, se túl alacsony. (A 200 dpi felbontású kép – ha nem írsz extra apró betűkkel – általában jól olvasható.) Ha fényképezel, érdemes több képet készíteni szórt (természetes) fénynél, és a legjobban sikerült képet használni. A képet fordítsd álló helyzetbe, a szélét vágd körbe, hogy csak a megoldás maradjon a képen, végiül méretezd megfelelő méretűre és felbontásúra.

Fényképek feldolgozására sokféle képmanipuláló programot és telefonos applikációt használhatsz. Mi a CamScannert ajánljuk leginkább, mert ezzel könnyen készíthetsz egyetlen megfelelő PDF fájlt.

Az informatika megoldások beküldése

Az informatika feladatok megoldásait kizárólag kész fájlként tudod feltölteni a Munkafüzetbe. Amennyiben a megoldás több fájlból áll, úgy egy, a fájlok mindegyikét és a dokumentációt is tartalmazó, a feladat sorszámaival egyező nevű mappát kell ZIP tömörítéssel becsomagolva egyetlen fájlként beküldened. Ügyelj arra, hogy a tömörített állományokba futtatható fájlok (pl. a fejlesztéskor létrejövő .exe állomány) ne kerüljenek.

A programozási feladatoknál a forráskód első soraiban megjegyzésként szerepeljen

- a feladat száma;
- a versenyző teljes neve (jelzőszámmal) és osztálya;
- az iskola neve városnévvel együtt;
- az alkalmazott fordítóprogram neve és verziószáma.

Kérjük, hogy a programozási feladatoknál a program be- és kimenete mindig a feladatban megadott módon valósuljon meg. Erre azért van szükség, mert a beküldött programokat sokféle tesztadatra lefuttatjuk, és ezt igyekszünk automatizálni.

A versenyzés szellemével ellentétes mások munkáinak egy az egyben történő felhasználása, ezért nem fogadjuk el a mesterséges intelligencia segítségével előállított megoldásokat! Ezek használata feleslegessé teszi az önálló gondolkodást és

kreativitást, amelynek fejlesztése pedig a verseny célja. Az ilyen megoldások sok esetben elbonyolított és hibás gondolatmeneteket tartalmaznak, így az értékelés során olyan versenyzők munkái is hasonlóságot mutatnak, akik egymástól távol élnek. Az ilyen munkákat is *nem versenyszerűnek* értékeljük, hiszen a megoldásuk nem önálló, hanem ugyanarra a külső forrásra támaszkodik.

Az informatika feladatokkal kapcsolatos bárminemű kérdéseket, esetleges reklamációkat az inf-szerk@komal.hu címre várjuk.

A beküldési határidő

A beküldési határidő **matematikából** a lap megjelenését követő hónap 10., **fizikából és informatikából** a 15. napja. Ha ez szombatra vagy munkaszüneti napra esik, akkor a határidő a következő munkanap. **Komoly kockázatot jelent a beküldést a határidő utolsó napjára, perceire halasztani!** Bármikor előfordulhat az internet valamilyen hibája vagy egy szerver túlterheltsége, ami a megoldás elkészt beküldését, illetve be nem küldését eredményezheti!

Értékelés

A pontversenyek állását és versenyzőink részletes eredményeit a honlapunkon folyamatosan közöljük. Versenyzőinket e-mailben is értesítjük a pontszámuk változásairól. Előfordul, hogy javítóink a pontszámon kívül szöveges értékelést is küldenek, például felhívják a figyelmedet a dolgozatod hiányosságaira. Ez azonban nem kötelező, ugyanis a javítóknak nem ritkán számos nagyságrendű dolgot kell ki-javítaniuk, ráadásul gyakran az egyetemi tanulmányaik közben.

Reklamációk

A dolgozatok értékelése után az Elektronikus Munkafüzetben rövid kérdést vagy üzenetet küldhetsz a javítónak, ő pedig ugyanott tud válaszolni. A különböző feladatokat általában különböző javítók értékelik, ezért mindig csak az adott feladatról kérdezz.

Ügyelj az udvarias hangvételre. Olyan módon kérdezz, amit szemtől-szembe, akár a tanáraiddal vagy a szüleiddel szemben is helyesnek tartanál.

Eldöntetlen vita, reklamáció esetén a szerkesztőséghez fordulhatsz. Reklamációkat a feladat értékelése után két hétig fogadunk el a szerk@komal.hu címen.

Szabálytalan versenyzés

FONTOS! Akik egyénileg versenyeznek egy adott pontversenyben, azoknak önállóan kell elkészíteniük a példák megoldásait. Tilos a kitűzött feladatokat a beküldési határidő előtt másokkal megvitatni, másoktól segítséget kérni vagy elfogadni a feladatok megoldásához. **Ilyen megvitatásnak, illetve segítség igénybevételének minősül mesterséges intelligencia (MI) igénybevétele is a feladat megoldásához, beleértve a keresőprogramokba beépített MI-t is!** A megoldásnak teljes egészében a versenyző munkájának kell lennie, az (esetleges) ábrákat és megfogalmazást is neki kell készítenie. A közösen készített vagy másolt dolgozatokat – beleértve az eredeti szerzőt is – *nem versenyszerűnek* minősítjük. Pontot nem adunk rá, viszont beküldött dolgozatnak számít. Egy csapat tagjai egymással megbeszélhetik, megvitathatják az adott verseny feladatait, majd minden feladatra egy (közös) megoldást

adhatnak be. A csoportosan másolt dolgozatokat visszaküldjük az osztályt tanító tanárnak. Súlyosabb, az egész pontversenyt veszélyeztető esetekben (pl. a feladatok megtárgyalása internetes fórumokon) az érintett versenyzőket kizárjuk a versenyből. A dolgozatoknak – mint korábban is írtuk – nem csak tartalmilag, hanem formailag is megfelelőeknek kell lenniük.

Az olvashatatlan, áttekinthetetlen, értékelhetetlen dolgozatokat *nem értékelhetőknek* minősítjük, akár kusza írás, akár a fényképezés, képbeállítás okozza az olvashatatlanságot. Az ilyen dolgozatot be nem küldöttnek tekintjük.

Az egyéb formai hibák plusz munkát adnak a javítóknak, így ezek miatt pontokat vonunk le. Tipikusan ilyen hibák:

- nem PDF-ben vagy JPG-ben beküldött dolgozat;
- nem feladatonként egyetlen file-ban beküldött dolgozat;
- „mintás” – például zavaróan vonalas, kockás vagy aljnyomatos – lapra írt dolgozat.

Minden ilyen hibáért 1-1 pontot vonunk le az adott megoldással egyébként szerzett pontokból, tehát egy feladatnál akár többet is – például két oldalnyi megoldás, durván kockás lapra írva és két jpg file-ban beküldve 3 pont levonást eredményez –, de legfeljebb annyit, amennyit egyébként ért volna a megoldás.

A végeredmény közzététele

A versenyek végeredménye az összes dolgozat kijavítása után, várhatóan augusztusban a honlapunkon, majd a 2026. szeptemberi számunkban jelenik meg. A legeredményesebb versenyzők arcképét a 2026. decemberi számunkban közöljük. A legjobbak a MATFUND Középiskolai Matematikai és Fizikai Alapítvány pályadíjait és tárgyjutalmakat, illetve okleveleket kapnak a 2026. évi *KöMaL Ifjúsági Ankét* rendezvényén.

Néhány megjegyzés

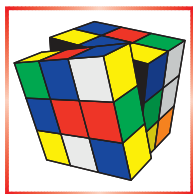
A versenyben résztvevő hozzájárul a dolgozatának név nélküli, valamint a szerkesztett változat névvel történő közléséhez.

Örömmel fogadunk feladatjavaslatokat, cikkeket, szakköri munkáról szóló beszámolókat, közlésre alkalmas iskolai pályamunkákat. Szép, érdekes és nem közismert feladatokat bárki javasolhat kitűzésre. A javasolt feladatokat (megoldásaikkal együtt) elsősorban a megfelelő szerkesztőbizottság e-mail címére várjuk (mat-szerk@komal.hu, fizszerkbiz2021@googlegroups.com, illetve inf-szerk@komal.hu), de a javaslatok postai úton is beküldhetők.

Szeretnénk, ha a kitűzött kérdések nem zárulnának le véglegesen a beküldési határidővel, a közölt megoldással. Erre teremt lehetőséget az internetes KöMaL fórum. Bármely, a lapunkban megjelent feladathoz, cikkhez kapcsolódó megjegyzést, általánosítást szívesen látunk, és az érdekesebbeket – természetesen csak ha a szerzője is hozzájárul – alkalomadtán közöljük is.

Végezetül mindenkinek eredményes tanévet és sikeres versenyzést kíván

a Szerkesztőség



Rejtvények, ördöglakatok

Emelt szintű bújócska I.

Rovatunkban minden hónapban valamilyen szórakoztató matematikai fejtörőt mutatunk be. Ezek között fontos helyet foglalnak el a különböző kirakós játékok, topológiai feladványok, ördöglakatok és a matematikát felhasználó bűvészmutatványok.

Manapság szinte mindent meg lehet találni az interneten, de az igazi élményt az adja, ha a feladatokat magunk oldjuk meg, a bűvészmutatványok trükkjeit mi találjuk ki, és a szükséges kellékeket is mi tervezzük meg és készítjük el. Próbáljuk meg a feladatokat továbbgondolni, általánosítani, igyekezzünk új feladatokat kitalálni.

Ebben a rovatban már többször foglalkoztunk a magyarul általában bújócska néven emlegetett játékkal. (Lásd például a 2023. decemberi és a 2024. decemberi KöMaLo-kat.) Ezek közös jellemzője, hogy zsinórok kereszteződését kell megszüntetnünk ahhoz, hogy a feladványt megoldjuk. Az alábbi képen egy egyszerű bújócska típusú játék látható, a feladat az, hogy fűzzük le a madzagot a téglalap alapról. Elkészítése pofonegyszerű. Plexi helyett használhatunk fát, vagy bármilyen kellően szilárd anyagot, és csupán annyi a lényeg, hogy a zsinór kellően hosszú legyen, a rá rögzített „akadály” (a fotózott játékon egy csillag) pedig ne férjen át az alapon lévő lyukakon. Vigyázat, a cikk végén eláruljuk a megoldást! 😊



Ugyanezen az elven működik a klasszikus drótszíves feladvány, ahol a célunk egy drótszív eltávolítása egy keretről. Itt azonban a merev alkatrészek miatt jóval nehezebb megtalálni a megfelelő bújtatást és „gombolást” – ez már legalább felső tagozatos szintű bújócskázási készséget igényel.

Első játékunkból egy nehezebbet készíthetünk, ha a zsinór hosszához képest túlságosan nagy akadályt képezünk, és ezért az akadály nem fér át az átbújtatott hurkon. Az alábbi képen az akadály egy hosszabb pálca, a feladat továbbra is a madzag lefűzése az alapról. Az előző feladvány megoldása ránézésre sem működhet a zsinór rövidsége miatt. Ennek a játéknak már lényeges a méretezése: nagyjából 1 cm vastag anyagból érdemes kivágni egy 7×3 cm nagyságú téglalapot, erre egyenletesen elosztva tegyük a három lyukat. A lyukaknak érdemes nagy, 12–13 mm átmérőt választani, hogy könnyen lehessen fűzgelni a zsinórt. A pálcát 10 mm átmérőjű anyagból javasoljuk készíteni, a hossza pedig legyen legalább 15 cm. Végül a fenti méretű alaptéglatesthez 35–36 cm-es, legalább 3–4 mm vastag, jó minőségű zsinórt használjunk. Érdemes a játék mindkét fa darabját alaposan megcsiszolni, így a játék kényelmesen és biztonságosan használható. Meglepően nehéz ördög-lakatot készítettünk magunknak fillérekből!

Végül a bújócska játékcsalád egy látványos darabját mutatjuk be, amely – legalábbis kisközösségünkben – a „Sztriptíz-táncosnő ruhája” becenévre hallgat. A feladat a golyókban végződő lánc (a „ruha”) lefűzése a fémpantról (a „vállfáról”). (Az akasztós állvány nem része a játéknak.) Ez házilag nehezkesebben elkészíthető, de ha mégis belevágunk, akkor csak a triviális megoldást kell kizárnunk (a golyók ne férjenek át a vállfa végén lévő „kanyaroknál”), és a lánc (vagy zsinór) legyen kellően hosszú. Látjuk, hogy ez miért bújócska? Esetleg meg tudjuk fejben is oldani?

Jó szórakozást!

Vígh Viktor



😊 Az első játék megoldása nem nehéz, a dupla zsinórt körülölelő hurkot meg-lazítva és az akadályhoz vezető lyukon áthúzva a csillag átbújtható a hurkon.

Az erről készült fénykép a lap borítóján látható.

Kedves Olvasók!

Ezek a feladatsorok azért készülnek, hogy felkészülési lehetőséget biztosítsanak az írásbeli érettségire azoknak, akik emelt szintű vizsgát kívánnak tenni. A feladatsorokat tapasztalt tanárok állítják össze, köztük olyanok is, akik maguk is részt vesznek az érettségi feladatok összeállításában.

Idén is lehetőségetek van beküldeni a megoldásokat az

emeltkomal@gmail.com

címre. A beérkezett dolgozatokat kijavítjuk és visszaküldjük, így is segítve a felkészüléseket. (A beküldéssel kapcsolatos technikai tudnivalókat a feladatsor végén találjátok meg.)

A legszorgalmasabb, illetve a legeredményesebb beküldők között a tanév végén KöMaL ajándéktárgyakat sorsolunk ki.

Sikeres felkészülést kívánunk!



Gyakorló feladatsor emelt szintű matematika érettségire

I. rész

1. a) Oldja meg a valós számok halmazán a $\cos\left(\frac{\pi}{6}\cos x\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ egyenletet.

(5 pont)

b) Határozza meg a $px + ry = 28$ egyenletben szereplő p, r pozitív prímszámokat, ha az x, y valós számpár a $\sqrt{3x + y + 5} = 4x - 20$; $x^2 + y = 29$ egyenletrendszer megoldása.

(7 pont)

2. Az alábbi táblázatban felsoroljuk a férfi kézilabda Bajnokok Ligája 2024–2025-ös idényének legeredményesebb góllövői közül 11 játékos nevét, klubját és a szezonban 2024. november 17-ig dobott gólok számát.

név	klub	gólszám
Kamil Syprzak	Paris Saint-Germain	112
Dika Mem	Barcelona	106
Nedim Remili	Veszprém	99
Emil Madsen	GOG	98
Ómar Ingi Magnusson	Magdeburg	98
Mats Hoxer	Aalborg	96
Aaron Mensing	GOG	93
Niclas Ekberg	THW Kiel	92
Mario Sostaric	OTP-Bank Pick Szeged	88
Mitja Janc	Celje	87
Elohim Prandi	Paris Saint-Germain	87

a) Számítsa ki a táblázatban szereplő minta (gólszámok) terjedelmét, átlagát és szórását. (3 pont)

b) Határozza meg a gólok számának móduszát (móduszait), mediánját, az alsó és felső kvartilis értékét, továbbá készítse el a box-plot diagramot. (4 pont)

A felsorolt adatokhoz hozzá vesszük a Veszprém csapatában játszó Ludovic Fabregas eredményét. Az ő góljainak száma a p kétjegyű prímszám, amely a 12 számból álló adatsor legkisebb eleme. Ha az új adatsor alsó kvartilise Q'_1 , felső kvartilise Q'_3 , akkor azt is tudjuk, hogy $6,5 \cdot (Q'_3 - Q'_1) < p < 8,5 \cdot (Q'_3 - Q'_1)$.

c) Hány gólt dobhatott a szezon megadott időpontjáig a Bajnokok Ligájában Ludovic Fabregas? (5 pont)

3. a) Mely egész számok nem tesznek eleget az

$$\log_2 \frac{(12x+4)(4x-3)}{15x-4} - \log_{0,5} \frac{15x-4}{4x-3} \leq \log_2(30x-50)$$

egyenlőtlenségnek? (5 pont)

Legyenek egy háromszög oldalai $4n-3$; $15n-4$; $12n+4$, ahol n pozitív egész szám.

b) Milyen n esetén lesz a háromszög derékszögű, hegyesszögű, illetve tompaszögű? (8 pont)

4. Egy dobozban 10 piros, 13 zöld és valamennyi kék golyó van. A dobozból véletlenszerűen kihúzzunk egy golyót.

a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy nem piros golyót húzzunk, ha tudjuk, hogy a kék golyók száma úgy aránylik a nem kék golyók számához, mint a zöld golyók száma a nem zöld golyók számához? (3 pont)

Egy matematikaverseny döntőjébe 50 diák jutott. A verseny értékelésekor 1 aranyérmes, 2 ezüstérmes és 3 bronzérmes osztanak ki, egy versenyző legfeljebb egy érmet kaphat.

b) Hányféleképpen lehetne kiosztani a 6 érmet? (3 pont)

A versenyen az éremmel nem jutalmazott 44 diák közül a zsűri által azonosnak értékelt jó eredmény alapján kiválasztanak 20 főt, közülük sorsolással döntenek el, hogy ki legyen az a 6 fő, aki különdíjat kap. A 20 fő nevét egy-egy cédulára írják, és a cédulákat egy dobozba teszik. A dobozból véletlenszerűen és visszatevés nélkül húznak 6 cédulát.

c) Ha tudjuk, hogy a sorsolásra kijelölt diákok közül 8-an az A , 7-en a B , 5-en a C iskolából érkeztek, akkor mennyi a valószínűsége, hogy a kihúzott 6 névből legalább 2 az A iskola diákja? (8 pont)

II. rész

5. a) Egy pozitív háromjegyű szám négyzetéből kivonva a szám p -szeresét (ahol p pozitív prímszám), éppen 20^2 -et kapunk. Adja meg a legkisebb és a legnagyobb ilyen háromjegyű számot. (7 pont)

A G_1 és G_2 gráfok közös pont nélküli (diszjunkt) fagráfok, a G_1 gráfnak $7q$, a G_2 -nek $3r$ csúcsa van, ahol q és r pozitív prímszámok. A G_1 és G_2 egy-egy csúcsának összekötésével kapott G_3 fagráfnak $q \cdot r$ éle van.

b) Határozza meg a G_1 és G_2 gráfok csúcsainak és éleinek számát, illetve mindkét gráfban a foksámok összegét. (9 pont)

6. Egy sík egy egyenesén felvettünk 28 pontot. Ezen kívül felvettünk még a síkban 7-nél több, az egyenesre nem illeszkedő pontot úgy, hogy a síkban az egyenesen levő 28 pont kivételével semelyik három pont nincs egy egyenesen.

a) Hány pontot vettünk fel az egyenesen kívül, ha az összes felvett pont segítségével megrajzolható egyenesek száma 403? (7 pont)

Felveszünk egy körvonalon n darab különböző pontot, ahol $n \geq 4$. Jelölje A , B , illetve C azt, hogy rendre hány egyenest, háromszöget, illetve négyszöget határoz meg az n pont.

b) Lehetséges-e, hogy $A + B = C$? (Állításunkat indokoljuk.) (9 pont)

7. A derékszögű koordinátarendszerben felvettük az $A(3; -4)$, $B(8; 1)$, $C(6; 5)$, $D(-1; -2)$ és $P(-2; 1)$ pontokat.

a) Bizonyítsa be, hogy az öt pont egy körön van. (4 pont)

b) Mutassa meg, hogy az $ABCD$ négyszög trapéz és számítsuk ki a trapéz területét. (4 pont)

Tekintsük azt az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; $f(x) = ax^2 + bx + c$ függvényt, amelynek grafikonja áthalad az A , B , C pontokon, valamint azt a $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; $g(x) = dx^2 + ex + f$ függvényt, amelynek grafikonja áthalad az A , C , P pontokon.

c) Határozza meg a két grafikon által bezárt terület nagyságát. (8 pont)

8. a) Határozza meg azokat az n természetes számokat, amelyekre teljesül az $n! > 3^n$ egyenlőtlenség, és azokat is, amelyekre az egyenlőtlenség nem áll fenn. (5 pont)

Legyen $n > 1$ pozitív egész szám és definiáljuk az a_n , illetve b_n sorozatokat a következő módon:

$$a_n = \binom{n}{2} + \binom{n}{3}; \quad b_n = \binom{2n}{3}.$$

b) Bizonyítsa be, hogy az $c_n = \frac{a_n}{b_n}$ sorozat szigorúan monoton csökkenő. (7 pont)

A d_n mértani sorozat első tagja $d_1 = 24$, kvóciense $q_d = \frac{6}{22}$, az e_n mértani sorozat első tagja $e_1 = 21$, kvóciense $q_e = \frac{15}{22}$.

Jelöljük a $d_1 + d_2 + d_3 + \dots + d_n + \dots$, illetve $e_1 + e_2 + e_3 + \dots + e_n + \dots$ végtelen összegeket S_d -vel, illetve S_e -vel.

c) Számítsa ki az $S_d + S_e$ összeg pontos értékét. (4 pont)

9. Az ABC derékszögű háromszög befogói $BC = a$, $CA = b$, átfogója $AB = c$ hosszúságú, továbbá $BAC \angle = 15^\circ$. A derékszögű háromszöget megforgatjuk a BC , illetve a CA befogó egyenesre körül.

a) Határozza meg a keletkezett két forgástest térfogata arányának pontos értékét. (6 pont)

Az ABC hegyesszögű háromszögben $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$, az oldalakra teljesül, hogy $a < b < c$. A háromszöget megforgatjuk először az a , majd a b , végül a c oldalegyenes körül. A keletkezett forgástestek térfogata ebben a sorrendben egy számtani sorozat három szomszédos tagja.

b) Bizonyítsa be, hogy a b oldal hossza harmonikus közepe az a és c oldal hosszának. (10 pont)

Bíró Bálint

Eger

Technikai tudnivalók a beküldéshez

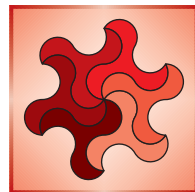
A megoldásodat az emeltkomal@gmail.com címre küldheted be, a határidő a feladatsor megjelenését követő hónap 7. napja.

A megoldást szkennelve vagy fényképezve, lehetőség szerint egyetlen pdf文件中 mellékel a leveledhez. A megoldás leírásakor és szkenneléskor/fényképezéskor is ügyelj a jól olvashatóságra! Ha a kép felbontása 200 dpi, akkor az általában megfelelő.

A dolgozatból egyértelműen derüljön ki, hogy ki készítette, tehát tüntesd fel az elején a nevedet, iskoládat, osztályodat!

A kijavított dolgozatot arra a címre küldjük vissza, ahonnan az eredeti érkezett.

Matematika feladatok megoldása



B. 5403. *Tegyük fel, hogy egy egyszerű, összefüggő k -reguláris ($k \geq 2$) G gráf éleit ki lehet színezni k színnel úgy, hogy minden csúcsban csupa különböző színű él találkozzon. Bizonyítsuk be, hogy G bármelyik élét törölve a kapott gráf is összefüggő.* (5 pont)

Javasolta: *Hujter Bálint* (Budapest)

1. megoldás. Indirekt bizonyítás. Tegyük fel, hogy a v_1 és v_2 csúcsokat összekötő él törlése után G szétesik, azaz v_1 és v_2 különböző összefüggőségi komponensbe kerül. Jelölje n a v_1 csúcs komponensének csúcsszámát.

Tekintsük G -nek egy a feltételek szerinti k -színű élszínezését, amelyben a törölt él színe piros, egy másik szín pedig kék. A v_1 csúcs komponensében az összes csúcsból pontosan 1 kék él indul, tehát a komponensen belüli kék élek száma $n/2$. Piros él azonban csak $n - 1$ csúcsból indul ki, tehát a komponensen belüli piros élek száma $(n - 1)/2$. Mivel $n/2$ és $(n - 1)/2$ nem lehet egyszerre egész, ellentmondáshoz jutottunk.

Erdélyi Berta (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 10. o. t.)
megoldása alapján

2. megoldás. Vegyünk egy tetszőleges e élt, és tekintsük G -nek egy a feladat feltételei szerinti k -színű élszínezését, amelyben e színe piros, egy másik szín pedig kék. Ha G -ből elhagyjuk az összes többi színű élt, egy 2-reguláris gráfot kapunk. A 2-reguláris gráfok diszjunkt körökre bomlanak, e az egyik körben van, tehát az általa összekötött két csúcsot egy másik úton is el lehet érni egymásból, így e törlésével nem eshet szét a gráf.

Juhász-Molnár Mirkó (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 10. o. t.) megoldása alapján

3. megoldás. Vegyünk egy tetszőleges e élt, és tekintsük G -nek egy a feladat feltételei szerinti k -színű élszínezését, amelyben e színe piros, egy másik szín pedig kék. G -ben tehát minden csúcsából egy piros és egy kék él indul. Tekintsük az e egyik végpontjából kiinduló kék élt. Ennek a kék élnek a másik végpontjából kiindul egy piros él, annak másik végpontjából egy kék él, és így tovább, egy kék-piros alternáló utat építünk. Ez az alternáló út sehol máshol nem érhet véget, mint e másik végpontjában. Tehát az e által összekötött két csúcsot egy másik úton is el lehet érni egymásból, azaz e törlésével nem eshet szét a gráf.

Pletikoszity Martin (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn., 11. o. t.) megoldása alapján

Megjegyzések. 1. A beérkezett helyes megoldások döntő többsége az 1. megoldáshoz hasonló indirekt bizonyítás: az egy él törlésével keletkezett komponensek paritására hivatkozva jut ellentmondásra (a komal.hu-n is egy ilyen megoldást közöltünk). Mint a másik két megoldásból kiderül, nem szükségszerű a páros-páratlan gondolat a megoldáshoz. A 2. és 3. megoldás nagyon közeli rokonok, mégis közöljük mindkét bizonyítást, a köztük lévő érdekes kapcsolat miatt. Utóbbi indoklás az előbbiben kulcsszerepet játszó közismert állítás (2-reguláris gráfok diszjunkt körökre bomlanak) szokásos bizonyítására rímel.

2. A feladat szorosan kapcsolódik a négyszín-tételhez, illetve néhány egyéb, a 3-reguláris gráfokra vonatkozó érdekes állításhoz. Ezekről a következő cikkben lehet olvasni.

72 dolgozat érkezett. 5 pontot ért el 52 versenyző, 4-et 2, 3-at 1, 2-t 3, 1-et 6. 0 pontos 7, nem versenyszerű (születési dátum vagy a szülői nyilatkozat hiánya miatt) 1 dolgozat.



Tait tétele és a 3-reguláris gráfok – a B. 5403. feladat háttére

Bevezető, fogalmak

A KöMaL 2022 őszi számaiban Tóthmérész Lilla egy alapos cikksorozatot ([1]) közölt a négyszín-sejtés történetéről, benne kiemelten Alfred Kempe 1879-ben közölt bizonyítási kísérletéről, amelyben Heawood 1890-ben találta csak meg a hibát.

A cikkben leírtakat érdemes kiegészíteni azzal, hogy 1880-ban egy másik, rendkívül érdekes bizonyítási kísérlet is történt. Egy Peter Guthrie Tait nevű skót ma-

tematikus ugyanis a következő szép állítást bizonyította, mindössze 1 évvel Kempe kísérlete után:

1. tétel (Tait tétele, 1880, [2]). *A négyszín-sejtés ekvivalens azzal, hogy minden 3-reguláris, síkbarajzolható, hídélmentes gráf 3-élszínezhető.*

A kimondott tétel több olyan gráfelméleti alapfogalommal dolgozik, amelyek közül néhánynak a jelentését érdemes tisztázni még írásunk elején.

Nem részletezzük külön a *k-reguláris gráf*, *síkbarajzolható* és *síkbarajzolt gráf* fogalmakat, mivel ezek a KöMaL-feladatokban is rendszeresen előfordulnak.

Egy gráfban *hídélnek* nevezünk egy élt, ha a kitörlésével a gráf valamelyik összefüggőségi komponense két részre szakad. Egy gráf *hídélmentes*, ha nincs benne hídél. Az összefüggő és hídélmentes gráfokat szokás 2-él-összefüggő gráfoknak is nevezni, mivel legalább 2 élet kell törölni ahhoz, hogy a gráf több komponensre essen szét. Általánosabban: egy gráfot *k-él-összefüggőnek* nevezünk, ha bármely $k - 1$ élének törlésével is összefüggő marad. *k-csúcs-összefüggőnek* vagy egyszerűen *k-összefüggőnek* nevezzük, ha bármely $k - 1$ csúcsának törlésével összefüggő marad.

Akkor nevezünk *3-élszínezhetőnek* egy gráfot, ha az éleit ki lehet színezni 3 színnel úgy, hogy a szomszédos, azaz közös végponttal rendelkező élek különböző színűek. Ebben a cikkben, ha egy gráf csúcsainak, illetve éleinek színezéséről beszélünk, azon mindig olyan színezést értünk, amelyben a szomszédos csúcsok, illetve élek különböző színűek kell legyenek. Síkbarajzolt gráf esetén beszélhetünk tartományok színezéséről is, ilyenkor is azt értjük ezen, hogy az egymással szomszédos tartományok különböző színűek.

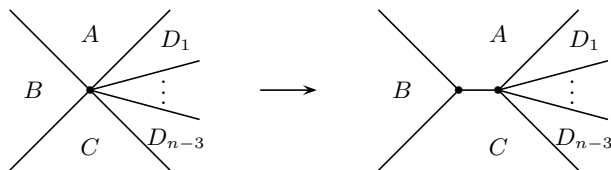
Egy gráf éleinek egy M részhalmaza *teljes párosítás* (vagy *1-faktor*), ha a gráf minden csúcsából pontosan egy M -beli él indul. Érdemes meggondolni, hogy egy 3-reguláris gráf pontosan akkor 3-élszínezhető, ha az élhalmaza 3 diszjunkt teljes párosításra bontható.

Tait és a négyszín-sejtés

A négyszín-sejtés állítása többféleképpen is kimondható a gráfok nyelvén. Az [1] elején a szerző részletesen elmagyarázza a szokásos absztrakciót, amellyel a színezendő térképre gráfként gondolhatunk: az országoknak egy-egy csúcsot feleltetünk meg, és a közös határral rendelkező országoknak megfelelő csúcsokat él köti össze. Ezen a nyelven a négyszín-sejtés állítása így hangzik: *Minden síkbarajzolt (hurokélmentes) gráf csúcsainak létezik 4 színnel való színezése.*

De egy térképre gondolhatunk úgy is gráfként, hogy az országok közötti határok az élek, míg a csúcsok a térkép azon pontjainak felelnek meg, ahol három vagy több ország határai találkoznak. Az így kapott gráfnak a *tartományait* szeretnénk 4 színnel színezni úgy, hogy szomszédos (azaz közös határral rendelkező) tartományok különböző színűek legyenek. A gráfról feltehetjük, hogy hurokél és hídél sincs benne (egy hídél önmagával határos tartományt jelentene, vagyis a hídél mindkét oldala azonos színű lenne). Párhuzamos élek lehetnek a gráfban. A négyszín-sejtés ezen a nyelven így szól: *Minden síkbarajzolt hurokél- és hídélmentes gráf tartományainak létezik 4 színnel való színezése.*

Ha nincs olyan pont a térképen, ahol háromnál több ország találkozik, akkor egy 3-reguláris gráfot kaptunk. Ha pedig van 3-nál nagyobb fokú pont, akkor használjuk az alábbi ábrán vázolt széthúzási műveletet.



Ezzel a színezés szempontjából csak nehezítettük a helyzetünket: az új gráf színezésekor A -nak és C -nek is muszáj különböző színt kapnia, pedig eredetileg lehetnek volna azonos színűek. Vagyis ha az új gráfot ki lehet színezni négy színnel, akkor a széthúzás előtt is. Számunkra fontosabb, hogy az új gráf tartományainak egy jó színezése a régi gráfon is alkalmas színezést ad.

A széthúzási művelet ismételtetésével tetszőleges síkgráf tartományainak színezésének kérdését vissza tudjuk vezetni egy 3-reguláris síkgráf esetre. Nem triviális, de végiggondolható az is, hogy a széthúzási műveletet mindig el tudjuk úgy végezni, hogy ne képződjön hídél (akkor képződne hídél, ha A és C ugyanazon tartományhoz tartozna). A négy szín-sejtés bizonyításához tehát elegendő belátnunk, hogy 3-reguláris hídélmentes síkgráfok tartományait kiszínezhetjük. Így Tait tételéhez elég megoldanunk az alábbi, kézzelfoghatóbb feladatot.

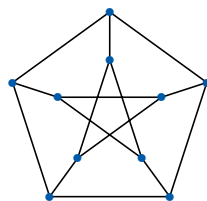
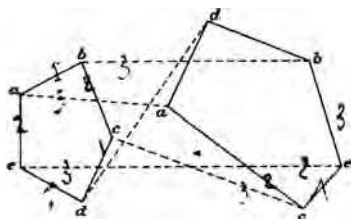
1. feladat (Tait tételének átfogalmazása). *Legyen G egy 3-reguláris, hídélmentes, síkbarajzolt gráf. Ekkor G tartományai akkor és csak akkor színezhetők 4 színnel, ha élei 3-színezhetők.*

A megoldás kifejezetten szép és egy középiskolás által kitalálható, ezért csak a novemberi KöMaL számban közöljük, ezzel is gondolkodásra biztatva Olvasóinkat.

Tait egy másik állítást is megfogalmazott, amellyel együtt már a négy szín-tétel bizonyítása is kész lenne.

Sejtés (Tait sejtése, 1880, [2]). *Minden 3-reguláris, hídélmentes gráf 3-élszínezhető.*

Tait utóbbi sejtése azonban hamis, a mai ismereteinkkel nem is olyan nehéz ellenpéldát találni. Sokunk kedvenc ellenpélda-gráfja, a Petersen-gráf itt kezdte hosszú karrierjét: Petersen egy 1898-as jegyzetében ([3]) le is írja, ahogy kifejezetten Tait sejtésére adott ellenpéldaként konstruálja a róla elnevezett 10-csűcsű gráfot.



Petersen rajza az 1898-as jegyzetből és a ma szokásos ábrázolás a Petersen-gráfról.

2. feladat. Bizonyítsuk be, hogy a Petersen-gráf nem 3-élszínezhető.

Megjegyzés. Tait tehát hibásan azt gondolta, hogy a síkbarajzolhatóságra nincs is szükség ahhoz, hogy 3-élszínezhető legyen egy 3-reguláris gráf. Vajon úgy igaz-zá válik a sejtés, ha a síkbarajzolhatóságot is megköveteljük? Igen, de ebben csak azért lehetünk biztosak, mert azóta belátták a négyszín-tételt. Márpedig Tait tétele működik abban az irányban is, amely az élszínezéseket vezeti vissza a tartomány-színezésekre.

A 3-reguláris gráfok világa

Petersen egyébként már korábban írt egy sokszor hivatkozott cikket ([4]) a 3-reguláris gráfokról, amelyben a legfontosabb tétel a következő:

2. tétel (Petersen, 1891, [4]). *Minden 3-reguláris, hídélmentes gráfban van teljes párosítás.*

Ennek bizonyítása sem elérhetetlen egy középiskolás matekversenyzőnek, de kevésbé szép és érdekes, mint Tait tételéé. Viszont egyszerű, jópofa feladat ellenpéldát keresni az állítás megfordítására.

3. feladat. *Mutassunk olyan 3-reguláris gráfot, amelyben van teljes párosítás és van hídél is (azaz nem hídélmentes). Síkbarajzolható példa is van?*

Tekintsük most át, hogy mi is derült ki eddig a 3-reguláris gráfok különböző fajtáiról.

- Petersen tétele és a 3. feladat szerint a hídélmentesség erősebb megkötés, mint az, hogy van teljes párosítás.
- Triviális, hogy a 3-élszínezhetőség is erősebb, mint a teljes párosítás létezése.
- És vajon mi a viszony a 3-élszínezhetőség és a hídélmentesség között?
 - Egyrészt a Petersen-gráf hídélmentes, de nem 3-élszínezhető. Tait tétele ugyanakkor a négyszín-tétellel együtt azt implikálja, hogy a síkbarajzolható 3-reguláris gráfok között minden hídélmentes gráf 3-élszínezhető is.
 - És mi a helyzet a másik iránnyal? Nos, éppen ez volt a kérdés a **B.5403.** feladatban, kicsit általánosabban kérdezve.

Az elmondottak így foglalkozhatók össze egy tételben:

3. tétel. *Minden (hurokélmentes) 3-reguláris gráfra teljesül, hogy:*

- (a) *Ha 3-élszínezhető, akkor hídélmentes.*
- (b) *Ha hídélmentes, akkor van benne teljes párosítás.*

Ha a gráf síkbarajzolható, akkor (a) megfordítása is igaz, de a bizonyítása a négyszín-tétel bizonyításával egyenértékű.

További gondolkodni- és olvasnivalók

Akinek van kedve gondolkodni a témához kapcsolódó, szép és nem túl nehéz (KöMaL B pontverseny szintű) feladatokon, azoknak ajánlunk még kettőt:

4. feladat (Kiskvant 81., Bergengóc példatár 90., [6]). Néhány évvel a Délnyugati Birodalom széthullása után a területén létrejött 16 hercegség mindegyike 3 másikkal barátságban élt, a többivel pedig ellenségeskedett. A hajdani birodalom szomszédságában található 8 állam elhatározta, hogy segítséget nyújt a viszályokban tönkrement hercegségeknek, méghozzá mindegyik állam 2 egymással barátkozó hercegségnek nyújt támogatást. Meg lehet-e szervezni minden esetben a segélyezést úgy, hogy mindegyik hercegség részesüljön belőle?

5. feladat. Bizonyítsuk be, hogy ha egy 3-reguláris gráfban van Hamilton-kör, élei 3-élszínezhető.

A 5. feladat a 3. tétel egy kiegészítése. Mellesleg pedig az is következik belőle, hogy a Petersen-gráfban sincs Hamilton-kör.

További kapcsolódó problémák találhatók a Lovász-példatár ([5]) *Kromatikus szám* című fejezetének végén (9.50–9.57 feladatok).

Aki még szívesen olvasna tovább a témában, annak ajánlunk két angol nyelvű wikipédia-oldalt, melyek a kérdéskör egy-egy lehetséges továbbgondolásához, máig nyitott kutatási kérdésekhez nyitnak kaput.

- Tait's conjecture https://en.wikipedia.org/wiki/Tait%27s_conjecture
- Snark (graph theory) [https://en.wikipedia.org/wiki/Snark_\(graph_theory\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Snark_(graph_theory))

Forrásjegyzék

- [1] Tóthmérész Lilla: *Négyszín-sejtés I. A sejtés születése és egy bizonyítási kísérlet*, KöMaL 2022. szeptember.
- [2] P. G. Tait, *Remarks on the Colouring of Maps*, Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, Vol. 10, No. 4, 1880, pp. 501–503.
- [3] Petersen, Julius (1898), *Sur le théorème de Tait*, L'Intermédiaire des Mathématiciens, 5: 225–227.
- [4] Petersen, Julius (1891), *Die Theorie der regulären graphs*, Acta Mathematica, 15: 193–220. (Szabadon letölthető a projecteuclid.org oldalról.)
- [5] Lovász László: *Kombinatorikai problémák és feladatok*, Typotex, Budapest, 2008.
- [6] *Bergengóc példatár*, Typotex, Budapest, 1999.
- [7] A cikkben tárgyalt kérdések jelentős részével Király Zoltán *Gráfelmélet gyakorlat* c. óráján (ELTE matematikus MSc) találkoztam először 2011 tavaszán, ekkor kezdődött a téma iránti érdeklődésem.

Hujter Bálint

A 2024–2025-ös tanévi pontversenyek végeredménye



A díjazottak jutalmait, továbbá a díjazottak és dicséretesek okleveleit a KöMaL Ifjúsági Ankéton (amelynek tervezett időpontja 2025. október 31–november 1.) adjuk át.* A díjazottak és az első dicséretesek közül az első öt helyezett, valamint tanáraik étkezését és szállását térítésmentesen biztosítjuk az Ankéton.

MATEMATIKA

A-jelű (nehezebb) matematika feladatok versenye

Az összes feladat helyes megoldásával 189 pontot lehetett elérni.

1. **díj: Varga Boldizsár** 12. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 188 pont
2. **díj: Bodor Mátyás** 11. o. t. (Románia, Csíkszereda, Márton Áron Líceum) 166 pont
3. **díj: Szakács Ábel** 11. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 138 pont
4. **díj: Forrai Boldizsár** 11. o. t. (Szeged, SZTE Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) 118 pont

Első dicséretben részesül: 5. *Tianyue DAI* 10. o. t. (Kína, Shenzhen, Shenzhen Middle School) 96 pont; 6. *Aravin Peter* 8. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 95 pont; 7–8. *Holló Martin* 11. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.); *Czanik Pál* 12. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 94 pont; 9. *Keresztély Zsófia* 12. o. t. (Budapest, Szent István Gimn.) 93 pont; 10. *Xiaoyi Mo* 8. o. t. (Kína, Vuhan, Qi Yi Middle School) 84 pont.

Második dicséretben részesül: 11. *Virág Tóbiás* 10. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 63 pont; 12. *Kocsis Péter* 11. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 59 pont; 13. *Minh Hoang Tran* 12. o. t. (Ha Tinh City, Minh Hoang Tran) 50 pont; 14–15. *Morvai Várkony Albert* 9. o. t. (Gödöllői Török I. Gimn.); *Vödrös Dániel László* 10. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 48 pont; 16. *Gyenes Károly* 11. o. t. (Kecskeméti Bányai J. Gimn.) 47 pont; 17. *Sánta Gergely Péter* 10. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 40 pont; 18. *Wágner Márton* 11. o. t. (Budapest, Karinty Frigyes Gimn.) 35 pont.

Jó eredményt ért még el: 19. *Bui Thuy-Trang Nikolett* 10. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 27 pont; 20. *Balla Ignác* 9. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 26 pont; 21. *Diaconescu Tashi* 11. o. t. (Románia, Kolozsvár, Transylvania College, Cluj) 23 pont; 22. *Hodossy Réka* 12. o. t. (Balassagyarmati Balassi B. Gimn.) 20 pont; 23. *Pázmándi József Áron* 9. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 19 pont; 24–25. *Sha Jingyuan* 10. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.); *Vigh Zalán* 11. o. t.

*Az Ankét részletes programjáról honlapunkon adunk tájékoztatást. Várunk rendezvényünkre minden versenyzőt és érdeklődőt. A programváltoztatás jogát fenntartjuk.

(Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 13 pont; **26. Vámosi Bendegúz Péter** 11. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 11 pont; **27. Tóth László Pál** 11. o. t. (Esztergom, Árpád-házi Szent Erzsébet Gimn., Óv. és Ált. Isk.) 9 pont.

További 23 versenyző kevesebb pontot ért el.

B-jelű matematika feladatok versenye

Az összes feladat helyes megoldásával 271 pontot lehetett elérni.

5–8. osztályosok

- 1 díj: Aravin Peter** 8. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 241 pont
2 díj: Li Mingdao 7. o. t. (Budapest, Szent István Gimn.) 211 pont
3 díj: Kővágó Edit Gréta 8. o. t. (Pápa, Türr I. Gimn. és Koll.) 167 pont
4 díj: Wiener Marcell 8. o. t. (Budapest, Szent István Gimn.) 138 pont
5 díj: Molnár-Sáska Tamás 7. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 92 pont
6 díj: Kun Zsófia 7. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 73 pont

Dicséretben részesül: 7. Danka Emma 7. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 41 pont.

Jó eredményt ért még el: 8. Szekrényes Sára Róza 7. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 26 pont.

További 10 versenyző kevesebb pontot ért el.

9. osztályosok

- 1. díj: Pázmándi József Áron** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 227 pont
2. díj: Rajtik Sándor Barnabás (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 213 pont
3. díj: Bolla Donát Andor (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 208 pont
4. díj: Bodor Ádám (Románia, Csíkszereda, Márton Áron Líceum) 196 pont
5. díj: Sajter Klaus (Románia, Csíkszereda, Márton Áron Líceum) 195 pont

Első dicséretben részesül: 6. Balla Ignác (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 122 pont; **7. Baran Júlia** (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 117 pont; **8. Hajszter Dóra** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 103 pont.

Második dicséretben részesül: 9. Nagypál Katóca (Szlovákia, Fülek, Füleki Gimn.) 87 pont; **10. Fajsi Horka** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 79 pont; **11. Sógor-Jász Soma** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 77 pont; **12. Maróti Bálint** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 69 pont.

Jó eredményt ért még el: 13. Várhegyi Hanna (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 63 pont; **14. Kurucz Lilien Jázmin** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 61 pont; **15–16. Vályi Nagy Ádám András** (Budapest, Berzsényi D. Gimn.); **Baranyi Ernő** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 60 pont; **17. Szaszko Benedek** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 47 pont; **18. Schmidt Botond** (Budapest, Szent István Gimn.) 46 pont.

További 29 versenyző kevesebb pontot ért el.

10. osztályosok

1. díj: **Sha Jingyuan** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.).. 239 pont
 2. díj: **Bui Thuy-Trang Nikolett** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 226 pont
 3. díj: **Szabó Sámuel** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) . 217 pont
 4. díj: **Csató Hanna Zita** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 193 pont
 5. díj: **Sánta Gergely Péter** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 192 pont
 6. díj: **Varga Vivien** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 169 pont
Első dicséretben részesül: **7. Hajba Milán** (Győr, Révai M. Gimn. és Koll.) 143 pont; **8. Horák Zsófia** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 136 pont; **9. Vödrös Dániel László** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 135 pont; **10–11. Virág Tóbiás** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.); **Beinschroth Máté** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 132 pont; **12. Hideg János** (Győr, Révai M. Gimn. és Koll.) 124 pont; **13. Sun Wen Ze** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 123 pont; **14. Mikó Hédi Irma** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 115 pont.

Második dicséretben részesül: **15. Fodor Barna** (Veszprém, Lovassy L. Gimn.) 98 pont; **16. Illés Dóra** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 94 pont; **17. Blaskovics Ádám** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 91 pont; **18. Bodor Noémi** (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 72 pont.

Jó eredményt ért még el: **19. Ligeti Ábel** (Veszprém, Lovassy L. Gimn.) 66 pont; **20–21. Juhász-Molnár Mirkó** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.); **Gaál Gergely** (Miskolc, Földes F. Gimn.) 63 pont; **22. Ozsváth Botond** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 62 pont; **23. Kriston Regő Márton** (Miskolc, Földes F. Gimn.) 54 pont; **24. Nagy Botond** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 51 pont; **25. Kószó Ferenc** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 47 pont; **26. Máté Marcell** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 46 pont.

További 42 versenyző kevesebb pontot ért el.

11. osztályosok

1. díj: **Holló Martin** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 264 pont
 2. díj: **Ali Richárd** (Gödöllői Török I. Gimn.) 257 pont
 3. díj: **Wágner Márton** (Budapest, Karinthy Frigyes Gimn.) 243 pont
 4–5. díj: **Vigh Zalán** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.)
Gyenes Károly (Kecskeméti Bányai J. Gimn.) 227 pont
 6. díj: **Sárdinecz Dóra** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 224 pont
 7–8. díj: **Diaconescu Tashi** (Románia, Kolozsvár, Transylvania College, Cluj)
Zhai Yu Fan (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 211 pont
 9. díj: **Péter Hanna** (Románia, Temesvár, Bartók B. Elm. Líceum) .. 184 pont
 10. díj: **Kerekes András** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 180 pont

Első dicséretben részesül: **11. Prohászka Bulcsú** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 157 pont; **12. Vámosi Bendegúz Péter** (Debreceni Fazekas M.

Gimn.) 153 pont; **13. Görömbey Tamás** (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 132 pont; **14. Bogdán Balázs Ákos** (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.) 128 pont.

Második dicséretben részesül: **15. Molnár Lili** (Szolnok, Verseghegy F. Gimn.) 118 pont; **16. Mészöri Gergő** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 111 pont; **17. Bővíz Dániel** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 79 pont.

Jó eredményt ért még el: **18. Harkay Ákos** (Budapest I. Kerületi Toldy F. Gimn.) 71 pont; **19. Pletikoszity Martin** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 70 pont; **20. Németh Bernát** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 64 pont; **21. Tulkán Dávid** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 63 pont; **22. Baráth Borbála** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 56 pont.

További 61 versenyző kevesebb pontot ért el.

12. osztályosok

1. díj: Bencze Mátyás (Románia, Székelyudvarhely, Tamási Á. Gimn.) 209 pont
2. díj: Hodossy Réka (Balassagyarmati Balassi B. Gimn.) 206 pont
3. díj: Sütő Áron (Eger, Dobó István Gimn.) 193 pont
4. díj: Kovács Benedek Noel (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 169 pont

Első dicséretben részesül: **5. Török Eszter Júlia** (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 157 pont; **6. Molnár István Ádám** (Miskolc, Földes F. Gimn.) 155 pont; **7. Virág Lénárd Dániel** (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 140 pont; **8–9. Tamás Gellért** (Győr, Kazinczy F. Gimn.) 123 pont; **Klement Tamás** (Pécsi Leőwey K. Gimn.) 123 pont.

Második dicséretben részesül: **10. Dancs Bálint** (Kisvárdai Bessenyei Gy. Gimn. és Koll.) 97 pont; **11. Guthy Gábor** (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 96 pont; **12. Járdánházi-Kurutz Vilmos** (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.) 63 pont.

Jó eredményt ért még el: **13. Minh Hoang Tran** (Ha Tinh City) 59 pont; **14–15. Erdélyi Kata** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.); **Hajdú Ábel** (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.) 58 pont; **16. Pupp Barna** (Kaposvári Táncsics M. Gimn.) 53 pont; **17. Viczián Márk** (Orosháza, Táncsics M. Gimn. és Szki.) 48 pont; **18. Nagy Korina** (Kecskeméti Bányai J. Gimn.) 43 pont; **19. Pánovics Máté** (Pécsi Tudományegyetem Gyak. Ált. Isk., Gimn. és Óv. Babits Mihály Gimn.) 42 pont.

További 21 versenyző kevesebb pontot ért el.

B-jelű matematika feladatok csapatversenye

5–10. osztályosok

Egy csapat ért el eredményt.

11–12. osztályosok

1. díj: HTeam

Horváth Ábel Nándor 11. o. t. (Budapest, Szent István Gimn.)

Baráz Kornél 11. o. t. (Budapest, Szent István Gimn.)

Németh Barnabás 11. o. t. (Budapest, Szent István Gimn.) 212 pont

Dicséretben részesül: **2. Körözött Marslakók Laborbalesetei:** **Budai Máté** 11. o. t. (Gyula, Erkel F. Gimn.), **Godó Nándor** 11. o. t. (Gyula, Erkel F. Gimn.), **Nacsa Domán** 11. o. t. (Gyula, Erkel F. Gimn.) 132 pont.

Jó eredményt ért még el: **3. In God We Trust: Odabas Zeki** 12. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.), **Szepessy Zsombor András** 12. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.), **Bíró Bence Fülöp** 12. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 52 pont.

További 5 csapat kevesebb pontot ért el.

C-jelű matematika feladatok versenye

Az összes feladat helyes megoldásával 225 pontot lehetett elérni.

5–8. osztályosok

1. díj: **Molnár-Sáska Tamás** 7. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 207 pont
2. díj: **Bodó Rókus Dániel** 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 206 pont
3. díj: **Blaskovics Bálint** 8. o. t. (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.) 202 pont
4. díj: **Maróti Olga** 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 195 pont
5. díj: **Kallós Klára** 7. o. t. (Nyíregyháza, Szent Imre Kat. Gimn., Két Tan. Ny. Ált. Isk., Koll., Óv. és AMI) 189 pont
6. díj: (hiányzó GDPR nyilatkozat) 8. o. t. (Miskolci Herman Ottó Gimn.) 169 pont

Első dicséretben részesül: **7. Miszori Márton** 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 162 pont; **8. Winkler-Antal Dalma** 7. o. t. (Gödöllői Török I. Gimn.) 161 pont; **9. Kun Zsófia** 7. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 160 pont; **10. Li Tanran** 7. o. t. (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.) 147 pont; **11. Mizsei Márton** 6. o. t. (Debreceni Egyetem Kossuth L. Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) 134 pont; **12. Csáti Ambrus** 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 129 pont; **13. Danka Emma** 7. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 122 pont; **14. Vaskó Bazsó Bendegúz** 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 113 pont; **15. Ali Rudolf** 7. o. t. (Gödöllői Török I. Gimn.) 104 pont; **16. Mihály Attila** 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 103 pont.

Második dicséretben részesül: **17. Kérdő Vilmos** 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 99 pont; **18. Papdi Benett** 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 89 pont; **19. Simon Kornél** 8. o. t. (Budapest V. Kerületi Eötvös J. Gimn.) 82 pont; **20. Szamkó Bálint** 7. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 67 pont; **21. Huber Szabolcs** 7. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 61 pont.

Jó eredményt ért még el: **22. Chen Yi Fei** 7. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 51 pont; **23. Kármán Gergely** 8. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 32 pont.

További 11 versenyző kevesebb pontot ért el.

9–10. osztályosok

1. díj: **Pázmándi Renáta** 10. o. t. (Budapest V. Kerületi Eötvös J. Gimn.) 219 pont
2. díj: **Lovas Márk** 9. o. t. (Pécsi Janus Pannonius Gimn.) 210 pont
- 3–4. díj: **Bense Tamás** 9. o. t. (Budapest V. Kerületi Eötvös J. Gimn.)
Tóth Luca 10. o. t. (Budapest, Kempelen F. Gimn.) 208 pont
5. díj: **Aaishipragya Kahaly** 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 200 pont

6. díj:	Papp Emese Petra 10. o. t. (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.)	198 pont
7–8. díj:	Fülöp Magdaléna 10. o. t. (Pécsi Leőwey K. Gimn.) Mateas Isabelle 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) ..	196 pont
9. díj:	Nagypál Katóca 9. o. t. (Szlovákia, Fülek, Füleki Gimn.) ...	195 pont
10. díj:	Szighardt Anna 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.)	192 pont
11–12. díj:	Bara Boglárka 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) Németh Ábel 10. o. t. (Szombathely, ELTE Bolyai J. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.)	191 pont
13–14. díj:	Radošická Emma 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) Szabó Máté 10. o. t. (Románia, Érsekújvár, Jedlik Á. Elektrotechnikai Szki.)	189 pont
15. díj:	Szalóki Árpád 10. o. t. (Szolnok, Versey F. Gimn.)	188 pont
16. díj:	Nelissen Sámuel Zalán 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.)	187 pont
17. díj:	Szmodics Emese Anna 10. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.)	185 pont
18–19. díj:	Péter Tamás 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) Halász Tamás 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.)	184 pont
20. díj:	Pocza Dorottya 10. o. t. (Szolnok, Versey F. Gimn.)	178 pont
Első dicséretben részesül: 21. Máté Kristóf 10. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.) 173 pont; 22–23. Majer Veronika 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.); Hicsó Máté Kristóf 9. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 170 pont; 24. Viczián Adél 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 168 pont; 25. Hajnal Ákos Huba 10. o. t. (Budapest, Táncsics M. Ált. Isk. és Gimn.) 166 pont; 26. Válek Péter 10. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 164 pont; 27. Kudomrák Lili Anna 9. o. t. (Budapest V. Kerületi Eötvös J. Gimn.) 162 pont; 28. Mezei Marcell 9. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 160 pont; 29–31. Abonyi Donát Tibor 10. o. t. (Budapest II. Kerületi Rákóczi F. Gimn.); Timár Vince 10. o. t. (Szeged, Karolina Gimn.); Máté Zsófia 9. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.) 156 pont; 32. Kun Petra 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 154 pont; 33. Békési Máté 10. o. t. (Eger, Dobó István Gimn.) 151 pont; 34. Kun Milán 9. o. t. (Budapest V. Kerületi Eötvös J. Gimn.) 148 pont; 35. Hollósi Dominik 9. o. t. (Németország, Neufahrn bei Freising, Oscar Maria Graf Gymnasium) 145 pont; 36. Holló Barnabás 9. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 141 pont; 37. Szedmák Szabrina 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 133 pont; 38. Yan Zhebeier 10. o. t. (Miskolci Herman O. Gimn.) 126 pont; 39. Ivák László 10. o. t. (Miskolci Herman O. Gimn.) 121 pont; 40. Szabó Medárd 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 119 pont; 41. Harangozó Gergő 9. o. t. (Budapest V. Kerületi Eötvös J. Gimn.) 118 pont; 42. Sipos Dániel Sándor 10. o. t. (Budapest, Budai Ciszterci Szent Imre Gimn.) 111 pont; 43. Farkas Noémi 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 109 pont.		
Második dicséretben részesül: 44. Piller Zsófia 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) 106 pont; 45. Bora Ádám 9. o. t. (Eger, Dobó István Gimn.) 105 pont; 46. Márfa Lili 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 103 pont; 47–49. Pintér		

Lilianna 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.); *Sisák Barbara* 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Csáki Anikó* 10. o. t. (Kecskeméti Katona J. Gimn.) 102 pont; **50.** *Kolencsik Nándor* 10. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.) 99 pont; **51.** *Kóródy Vera* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) 98 pont; **52.** *Pivártsík Márk* 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 97 pont; **53.** *Gönczi Botond* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 91 pont; **54–55.** *Kámán-Gausz Péter* 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Sipos Levente* 10. o. t. (Budapest, ELTE Trefort Á. Gyak. Gimn.) 87 pont; **56.** *Magyar Levente Árpád* 9. o. t. (Eger, Dobó István Gimn.) 86 pont; **57.** *Mezei Kamilla* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) 84 pont; **58–60.** *Tófalvy Máté* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.); *Rózsa Péter* 9. o. t. (Budapest, Kempelen F. Gimn.); *Patócs Péter* 9. o. t. (Budapest, Kempelen F. Gimn.) 83 pont; **61–64.** *Dóry Johanna* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.); *Laczó Zoltán* 9. o. t. (Belgium, Brüsszel, Brussels European School I (Uccle)); *Roszik Szabolcs* 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Molnár Levente* 9. o. t. (Szolnok, Verseghegy F. Gimn.) 82 pont; **65.** *Dömök Bernadett* 10. o. t. (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 81 pont; **66–68.** *Csik Zoltán Richárd* 9. o. t. (Pécs, Ciszterci Rend Nagy Lajos Gimn. és Koll.); *Péterfia Kamilla* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.); *Feith Benedek* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) 78 pont; **69–71.** *Zsilák Márk Péter* 9. o. t. (Szolnok, Verseghegy F. Gimn.); *Araguas Mátyás* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.); *Fejes-Tóth Fanni* 9. o. t. (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.) 77 pont; **72.** *Izsa Ferenc Gergő* 9. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 76 pont; **73–75.** *Zöldág Zsombor* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.); *Bubálík Nóra* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.); *Chen Zhibo* 9. o. t. (Budapest IX. Kerületi Leövey K. Gimn.) 75 pont; **76–77.** *Szabados Zoltán* 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Blomsma Péter Sándor* 9. o. t. (Szolnok, Verseghegy F. Gimn.) 74 pont; **78–79.** *Sipos Ferenc László* 10. o. t. (Budapest, Berzsényi D. Gimn.); *Kiss Kincső* 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 73 pont; **80–81.** *Győrffy Csanád* 9. o. t. (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.); *Konkoly Borbála* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) 71 pont; **82.** *Kovács Domonkos* 9. o. t. (Szeged, SZTE Báthory I. Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) 70 pont; **83.** *Kovács Kamilla* 9. o. t. (Szolnok, Verseghegy F. Gimn.) 69 pont; **84–86.** *Kiss Ákos* 9. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.); *Szekeres Anina* 10. o. t. (Szeged, SZTE Gyak. Gimn. és Ált. Isk.); *Gárdonyi Zolt* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) 67 pont.

Jó eredményt ért még el: **87–90.** *Buchholcz Bora Gizella* 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Pocsay Bence Máté* 9. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.); *Főrnán Bernát* 9. o. t. (Biatorbágyi Innov. Techn. és Gimn.); *Szőke János* 10. o. t. (Miskolci Herman O. Gimn.) 65 pont; **91–92.** *Hajdu Vince* 9. o. t. (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.); *Havasi Máté Pál* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 64 pont; **93–94.** *Nagy Alexander* 9. o. t. (Belgium, Brüsszel, Brussels European School I (Uccle)); *Kása Richárd Zsolt* 9. o. t. (Szeged, Déri Miksa Ipari Szki.) 62 pont; **95.** *Havasi Huba László* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 61 pont; **96–97.** *Zsemlye Zsóka* 9. o. t. (Szlovákia, Somorja, Madách I. Gimn.); *Terjék Temes* 10. o. t. (Miskolci Herman O. Gimn.) 60 pont; **98–99.** *Medgyesi András* 9. o. t. (Budapest, Berzsényi D. Gimn.); *Kovács Dorka Sára* 10. o. t. (Budapest, Berzsényi D. Gimn.) 59 pont; **100.** *Szathmáry Zalán* 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 58 pont; **101–105.** *Robb Horkay Jázmin* 9. o. t. (Miskolci Herman O. Gimn.); *Lalia Lili Nóra* 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Škerlec Denis* 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.); *Répcsevölgyi Csanád* 10. o. t. (Budapest, ELTE

Trefort Á. Gyak. Gimn.); *Pálóczi Bálint Tamás* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) 57 pont; **106.** *Jancsurák Flóra* 9. o. t. (Miskolci Herman O. Gimn.) 55 pont; **107–108.** *Barta Zsófia* 9. o. t. (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.); *Laczkovics Annamária* 9. o. t. (Budapest, Szent István Gimn.) 54 pont; **109.** *Huang Han* 9. o. t. (Budapest, Szent István Gimn.) 52 pont; **110.** *Pap Lola* 10. o. t. (Budapest, Madách I. Gimn.) 51 pont; **111–112.** (hiányzó GDPR nyilatkozat) 9. o. t. (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.); *Lupkovics Lázár* 10. o. t. (Miskolci Herman O. Gimn.) 49 pont; **113–115.** *Pusztay Csilla* 9. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Forrai Fanni* 10. o. t. (Miskolci Herman O. Gimn.); *Nagy Roxána* 9. o. t. (Budapest, KMASZC Bercsényi M. Élelmiszeripari-Körny.védelmi Techn., Szki. és Koll.) 48 pont; **116.** *Márton Balázs* 10. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.) 47 pont; **117–120.** (hiányzó GDPR nyilatkozat) 9. o. t. (Baja, Magyarországi Németek Ált. Műv. Közp. Gimn.); *Gazdag Lóránd* 10. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); *Sajó Marcell* 10. o. t. (Miskolci Herman O. Gimn.); *Makra Zóra Liliána* 9. o. t. (Miskolci Herman O. Gimn.) 46 pont; **121.** *Horváth Oszkár Ede* 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) 45 pont; **122–123.** *Novák Zétény* 10. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.); *Novák Humor* 10. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.) 44 pont.

További 284 versenyző kevesebb pontot ért el.

11–12. osztályosok

- 1. díj: Iván Máté Domonkos** 12. o. t. (Miskolci Herman O. Gimn.) 225 pont
- 2. díj: Budai Máté** 11. o. t. (Gyula, Erkel F. Gimn.) 221 pont
- 3. díj: Kókai Ákos** 11. o. t. (Szeged, SZTE Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) ... 210 pont
- 4. díj: Heteyi Dániel** 11. o. t. (Győr, Révai M. Gimn. és Koll.) 204 pont
- 5. díj: Pánovics Máté** 12. o. t. (Pécsi Tudományegyetem Gyak. Ált. Isk., Gimn. és Óv. Babits Mihály Gimn.) 198 pont
- 6. díj: Molnár Lili** 11. o. t. (Szolnok, Verseghegy F. Gimn.) 196 pont
- 7. díj: Pink István** 11. o. t. (Debrecen, Péchy M. Műsz. Középisk.) 192 pont
- 8. díj: Farkas András** 11. o. t. (Jászberény, Lehel Vezér Gimn.) 180 pont

Első dicséretben részesül: **9.** *Rózsa Zsombor* 12. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 176 pont; **10.** *Albert Luca Liliána* 11. o. t. (Pécs, PTE Deák Ferenc Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) 167 pont; **11.** *Bencze Mátyás* 12. o. t. (Románia, Székelyudvarhely, Tamási Á. Gimn.) 162 pont; **12.** *Móricz Zsombor* 11. o. t. (Szolnok, Verseghegy F. Gimn.) 153 pont; **13.** *Barna Krisztina* 11. o. t. (Pécs, Koch Valéria Gimn., Ált. Isk., Óv., Koll. és Pedagógiai Int.) 152 pont; **14.** *Bán Kincső Panni* 11. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.) 149 pont; **15.** *Kulcsár Anna Zita* 11. o. t. (Budapest, Budai Nagy Antal Gimn.) 141 pont; **16.** *Balogh Péter* 12. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 127 pont; **17.** *Masa Barnabás* 12. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 115 pont.

Második dicséretben részesül: **18.** *Monoczki Máté* 12. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 106 pont; **19.** *Király Zsuzsanna* 11. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.) 92 pont; **20.** *Farkas Máté* 11. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.) 89 pont; **21.** *Palásthy Bánk* 12. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 87 pont; **22.** *Hodossy-Takács Ráhel* 11. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.) 81 pont; **23.** *Medgyesi Júlia* 12. o. t. (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 79 pont; **24.** *Bartusková Viktória* 11. o. t. (Szlovákia, Galánta, Kodály Z. Gimn.) 76 pont;

25–26. Bernáth Csenge 12. o. t. (Budapest, KMASZC Bercsényi M. Élelmiszeripari-Körny.védelmi Techn., Szki. és Koll.); **Magura Anna Luca** 12. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.) 68 pont.

Jó eredményt ért még el: **27. Miskolczi Máté Pál** 11. o. t. (Budapest, Berzsényi D. Gimn.) 64 pont; **28. Wolf Erik** 11. o. t. (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.) 63 pont; **29. Barna Márton** 12. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 59 pont; **30. Fercsák Flórián** 12. o. t. (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.) 58 pont; **31. Tóth Bence** 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 57 pont; **32. Márfai Dóra** 12. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 56 pont; **33. Wodala Gréta Klára** 12. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 55 pont; **34. Csiszár András** 12. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 54 pont; **35–36. Krüpl Boglárka** 11. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.); **Sárecz Bence** 11. o. t. (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.) 51 pont; **37. Pikó András** 11. o. t. (Miskolc, Földes F. Gimn.) 50 pont; **38. Horvath Benedek** 11. o. t. (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.) 49 pont; **39. Száva András** 12. o. t. (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.) 45 pont. További 140 versenyző kevesebb pontot ért el.

C-jelű matematika feladatok csapatversenye

5–10. osztályosok

1. díj: MIGesek:

Lengyel Ádám 10. o. t. (Szlovákia, Somorja, Madách I. Gimn.)

Lengyel Balázs 10. o. t. (Szlovákia, Somorja, Madách I. Gimn.)

Šimlovič Oliver 10. o. t. (Szlovákia, Somorja, Madách I. Gimn.).. 190 pont

2. díj: Burgundi Alfák

Szabó András 10. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.)

Klenkó Éva Borbála 10. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.)

Rasztgyörgy Jázmin 10. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 189 pont

Dicséretben részesül: **3. Egy Híján Pithagorasz Számhármass:** **Olajos Anna** 10. o. t. (Jászberény, Lehel Vezér Gimn.), **Nyitrai Csenger** 10. o. t. (Jászberény, Lehel Vezér Gimn.) 172 pont; **4. Mucuskák:** **Miskolczi Noémi** 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.), (hiányzó GDPR nyilatkozat) 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.), **Matusek Dorina** 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 165 pont; **5. Hakol Vincenát:** **Hajtman Bence** 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.), **Olláry Viktor Alex** 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.), **Komáromi Donát** 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 132 pont. **6. ANTI OREO:** **Bachman Krisztián** 10. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.), (hiányzó GDPR nyilatkozat) 10. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.), **Saleh Alex Kirolos** 10. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 130 pont.

Jó eredményt ért még el: **7. Mágusok:** **Kaplonyi Andor Ádám** 10. o. t. (Biatorbágyi Innov. Techn. és Gimn.), **Jiang Mingyue** 10. o. t. (Biatorbágyi Innov. Techn. és Gimn.) 58 pont; **8. BÁB:** **Gáti Benjamin** 10. o. t. (Budapest, Berzsényi D. Gimn.), **Illyés-Rataj Álmós Ákos** 10. o. t. (Budapest, Berzsényi D. Gimn.), **Popescu Barnabás** 10. o. t. (Budapest, Berzsényi D. Gimn.) 51 pont.

11–12. osztályosok

1. díj Baráti angyalai

Ambrus Luca 12. o. t. (Pécs, Ciszterci Rend Nagy Lajos Gimn. és Koll.)

Tászlér Jázmin Lilla 12. o. t. (Pécs, Ciszterci Rend Nagy Lajos Gimn. és Koll.)

Angyal Fanni 12. o. t. (Pécs, Ciszterci Rend Nagy Lajos Gimn. és Koll.) 182 pont

Első dicséretben részesül: 1. Függők-C: Galuska Levente 12. o. t. (Eger, Neumann J. Gimn., Techn. és Koll.), **Ragó Marcell** 12. o. t. (Eger, Neumann J. Gimn., Techn. és Koll.), **Susán Henrik** 12. o. t. (Eger, Neumann J. Gimn., Techn. és Koll.) 176 pont; **2. epsilonok: Csuha Hunor** 12. o. t. (Eger, Neumann J. Gimn., Techn. és Koll.), **Koncz Regina Ivett** 12. o. t. (Eger, Neumann J. Gimn., Techn. és Koll.) 131 pont.

Második dicséretben részesül: 3. Pascal Angyalai: Méhes Virág Johanna 12. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.), **Kovács Klára** 12. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.), **Hegedüs Anna Eszter** 12. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.) 106 pont.

További 1 csapat kevesebb pontot ért el.

K-jelű matematika feladatok versenye

Az összes feladat helyes megoldásával 225 pontot lehetett elérni.

1. díj:	Lovas Márk (Pécsi Janus Pannonius Gimn.)	217 pont
2. díj:	Rózsa Péter (Budapest, Kempelen F. Gimn.)	213 pont
3. díj:	Kudomrák Lili Anna (Budapest V. Kerületi Eötvös J. Gimn.)	208 pont
4. díj:	Patócs Péter (Budapest, Kempelen F. Gimn.)	207 pont
5. díj:	Csik Zoltán Richárd (Pécs, Ciszterci Rend Nagy Lajos Gimn. és Koll.)	204 pont
6–7. díj:	Szighardt Anna (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) Laczó Zoltán (Belgium, Brüsszel, Brussels European School I (Uccle))	203 pont
8. díj:	Radošická Emma (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.)	200 pont
9. díj:	Molnár Levente (Szolnok, Verseggy F. Gimn.)	199 pont
10. díj:	Péter Tamás (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.)	198 pont
11. díj:	Zsilák Márk Péter (Szolnok, Verseggy F. Gimn.)	194 pont
12. díj:	Izsa Ferenc Gergő (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn.)	192 pont
13. díj:	Holló Barnabás (Debreceni Fazekas M. Gimn.)	189 pont
14. díj:	Majer Veronika (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.)	186 pont
15. díj:	Hajdu Vince (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.)	185 pont
16. díj:	Bloemsma Péter Sándor (Szolnok, Verseggy F. Gimn.)	182 pont
17–18. díj:	Máté Zsófia (Miskolc, Földes F. Gimn.) Medgyesi András (Budapest, Berzsényi D. Gimn.)	181 pont
19. díj:	Chen Zhibo (Budapest IX. Kerületi Leövey K. Gimn.)	180 pont
20. díj:	Fóráján Bernát (Biatorbágyi Innov. Techn. és Gimn.)	176 pont

21. díj:	Nagy Alexander (Belgium, Brüsszel, Brussels European School I (Uccle))	175 pont
22. díj:	Kun Milán (Budapest V. Kerületi Eötvös J. Gimn.)	174 pont
23. díj:	Kovács Domonkos (Szeged, SZTE Báthory I. Gyak. Gimn. és Ált. Isk.)	173 pont
24. díj:	Györffy Csanád (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.)	172 pont

Első dicséretben részesül: **25. Kása Richárd Zsolt** (Szeged, Déri Miksa Ipari Szki.) 164 pont; **26. Kovács Kamilla** (Szolnok, Verseghegy F. Gimn.) 156 pont; **27. Jancsurák Flóra** (Miskolci Herman O. Gimn.) 147 pont; **28. Hollósi Dominik** (Németország, Neufahrn bei Freising, Oscar Maria Graf Gymnasium) 146 pont; **29. Barta Zsófia** (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.) 145 pont; **30–31.** (hiányzó GDPR nyilatkozat) (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.); **Škerlec Denis** (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 136 pont; **32.** (hiányzó GDPR nyilatkozat) (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.) 130 pont; **33. Makra Zóra Liliána** (Miskolci Herman O. Gimn.) 129 pont; **34. Máthé Csongor Órs** (Szolnok, Verseghegy F. Gimn.) 124 pont; **35.** (hiányzó GDPR nyilatkozat) (Miskolc, Földes F. Gimn.) 116 pont; **36–37. Robb Horkay Jázmin** (Miskolci Herman O. Gimn.); **Kiss Ákos** (Miskolc, Földes F. Gimn.) 114 pont; **38. Mátyás Levente** (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.) 112 pont; **39. Szabó Anita** (Németország, Wuppertal, Carl-Fuhlrott-Gymnasium) 110 pont; **40.** (hiányzó GDPR nyilatkozat) (Baja, Magyarországi Németek Ált. Műv. Közp. Gimn.) 109 pont; **41. Mosonyi Mátyás** (Budapest, Városmajori Gimn.) 108 pont.

Második dicséretben részesül: **42. Szabó Bence** (Kecskeméti Katona J. Gimn.) 105 pont; **43–44. Szabó Flóra** (Miskolci Herman O. Gimn.); **Martin-Hajdu Péter** (Budapest, Városmajori Gimn.) 104 pont; **45. Pocsay Bence Máté** (Miskolc, Földes F. Gimn.) 103 pont; **46.** (hiányzó GDPR nyilatkozat) (Budapest, Szent István Gimn.) 97 pont; **47–49. Felföldi Zsófia** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.); **Mikesz Milán** (Miskolci Herman O. Gimn.); **Havasi Máté Pál** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 96 pont; **50. Lukács Luca** (Miskolci Herman O. Gimn.) 95 pont; **51. Leitner-Takács Bende** (Miskolc, Földes F. Gimn.) 92 pont; **52. Szabó Szilárd** (Miskolci Herman O. Gimn.) 91 pont; **53. Scott Elizabeth** (Miskolci Herman O. Gimn.) 88 pont; **54. Bara Boglárka** (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 87 pont; **55. Silye Zalán** (Szeged, SZTE Báthory I. Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) 86 pont; **56. Lovász Bence** (Ceglédi Kossuth L. Gimn.) 82 pont; **57–59. Mixtay Mira** (Miskolc, Földes F. Gimn.); **Szegedi András** (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.); **Havasi Huba László** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 81 pont; **60–61. Magyar Levente Árpád** (Eger, Dobó István Gimn.); **Huang Han** (Budapest, Szent István Gimn.) 80 pont; **62. Gintner Annabella** (Miskolci Herman O. Gimn.) 76 pont; **63–64. Szabados Ákos** (Belgium, Brüsszel, Brussels European School I (Uccle)); **Verebély Dániel** (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.) 75 pont; **65–67. Pásztor Lea Kata** (Budapest, Ady E. Gimn.); **Zsuga Jaina Eszter** (Miskolci Herman O. Gimn.); (hiányzó GDPR nyilatkozat) (Budapest, Berzsenyi D. Gimn.) 74 pont; **68. Kondás Ádám** (Miskolci Herman O. Gimn.) 73 pont; **69–70. Szabó Milos Farkas** (Budapest, Városmajori Gimn.); **Nagy Roxána** (Budapest, KMASZC Bercsényi M. Élelmiszeripari-Körny.védelmi Techn., Szki. és Koll.) 72 pont; **71. Takács András Bende** (Miskolci Herman O. Gimn.) 71 pont; **72–73. Harangozó Bálint** (Budapest, Városmajori Gimn.); **Vámos Lili** (Miskolci Herman O. Gimn.) 70 pont; **74–76. Cseh Panna** (Miskolci Herman O. Gimn.); **Némethy Márk** (Zalaegerszegi Zrínyi M.

Gimn.); *Nagy-Eszlári Axel* (Miskolci Herman O. Gimn.) 69 pont; **77.** *Imolya Miriella Petra* (Miskolci Herman O. Gimn.) 67 pont.

Jó eredményt ért még el: 78. Szilágyi Roland (Miskolci Herman O. Gimn.) 64 pont; **79–80.** *Kalapos Szonja* (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.); *Kovács Dániel* (Miskolci Herman O. Gimn.) 63 pont; **81–83.** *Mészáros Kristóf* (Miskolci Herman O. Gimn.); *Balla Botond* (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.); *Rác Koppány Bendegúz* (Budapest, Városmajori Gimn.) 61 pont; **84.** *Pásztí Sámuel* (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 60 pont; **85.** *Miskolczi Dóra* (Miskolci Herman O. Gimn.) 58 pont; **86–87.** *Harangozó Gergő* (Budapest V. Kerületi Eötvös J. Gimn.); *Koós Tamás* (Budapest V. Kerületi Eötvös J. Gimn.) 57 pont; **88.** *Deák Marcell* (Miskolci Herman O. Gimn.) 56 pont; **89–90.** *Tatár Gellért* (Budapest, Városmajori Gimn.); *Raschek Vince* (Budapest, Szent István Gimn.) 55 pont; **91–92.** *Söderberg Kajsa* (Miskolci Herman O. Gimn.); *Fehér Ádám* (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.) 53 pont; **93–94.** *Macskássy Márk* (Budapest, Városmajori Gimn.); (hiányzó GDPR nyilatkozat) (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.) 52 pont; **95–96.** *Abermann Emma Gréta* (Budapest IX. Kerületi Leövey K. Gimn.); *Bálint Barnabás* (Miskolc, Földes F. Gimn.) 51 pont; **97–98.** *Molnár Boldizsár* (Miskolci Herman O. Gimn.); *Barta Ferenc* (Miskolci Herman O. Gimn.) 50 pont; **99–100.** *Szahnova Erzsébet* (Miskolci Herman O. Gimn.); *Vincze Blanka Anna* (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.) 49 pont; **101–103.** (hiányzó GDPR nyilatkozat) (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.); *Madarász Balázs* (Miskolci Herman O. Gimn.); *Lakatos Attila Joákim* (Miskolci Herman O. Gimn.) 48 pont; **104–105.** *Bodnár Zoárd Zsolt* (Miskolc, Földes F. Gimn.); *Elekes Emma* (Miskolc, Földes F. Gimn.) 47 pont; **106.** *Kertész Ákos Barnabás* (Miskolci Herman O. Gimn.) 46 pont; **107.** *Jónás Ben-ce* (Miskolci Herman O. Gimn.) 45 pont; **108.** *Holderith Anna* (Budapest, Corvin Mátyás Gimn.) 44 pont.

További 152 versenyző kevesebb pontot ért el.



Idén is kiosztásra kerültek a Lovász László által alapított díjak. Különdíjban részesül:

Varga Boldizsár (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn., 12. o. t.) az A versenyben a maximális pontszámot megközelítő teljesítményért (az elérhető 189-ből 188 pont), valamint az A. 900. és A. 910. feladatokra beküldött kiemelkedő megoldásáért; **Holló Martin** (Budapest, Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. o. t.) a B versenyben a maximális pontszámot megközelítő teljesítményért (az elérhető 271-ből 264 pont), valamint a B. 5413., B. 5429., B. 5458., B. 5460. és B. 5465. feladatokra beküldött kiemelkedő megoldásáért; **Keresztély Zsófia** (Budapest, Szent István Gimn., 12. o. t.) az A. 891. és A. 902. feladatokra beküldött kiemelkedő megoldásáért; **Szakács Ábel** (Budapest, Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. o. t.) az A. 891. és A. 902. feladatokra beküldött kiemelkedő megoldásáért; **Ali Richárd** (Gödöllői Török Ignác Gimn., 11. o. t.) a B. 5427., B. 5443., B. 5448., B. 5451. és B. 5460. feladatokra beküldött kiemelkedő megoldásáért; **Wagner Márton** (Budapest, Karinthy Frigyes Gimn., 11. o. t.) a B. 5404., B. 5427., B. 5438. és B. 5465. feladatokra beküldött kiemelkedő megoldásáért; **Sárdinecz Dóra** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. o. t.) a B. 5398., B. 5404., B. 5427. és B. 5451. feladatokra beküldött kiemelkedő megoldásáért.

INFORMATIKA

I-jelű informatika feladatok versenye

Az összes feladat helyes megoldásával 360 pontot lehetett elérni.

- 1. díj: Szabó Imre Bence** 11. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 352 pont
2. díj: Gyönki Dominik 12. o. t. (Eger, Neumann J. Gimn., Techn. és Koll.) 341 pont
3. díj: Nagy Korina 12. o. t. (Kecskeméti Bányai J. Gimn.) 338 pont
4. díj: Rajtik Sándor Barnabás 9. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 336 pont

Első dicséretben részesül: **5. Tóth Marcell Domonkos** 9. o. t. (Budapest V. Kerületi Eötvös J. Gimn.) 236 pont; **6. Szekeres Linda** 10. o. t. (Budapest, Balassi B. Nyolcévf. Gimn.) 216 pont; **7. Bencze Mátyás** 12. o. t. (Románia, Székelyudvarhely, Tamási Á. Gimn.) 178 pont.

Második dicséretben részesül: **8. Zsámboki Ádám** 11. o. t. (Kecskeméti Bolyai J. Gimn.) 161 pont; **9. Fajszai Karsa** 12. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 160 pont; **10. Illés Gergely Levente** 12. o. t. (Pécsi Janus Pannonius Gimn.) 153 pont; **11. Borsos Benedek** 8. o. t. (Debreceni Fazekas M. Gimn.) 140 pont; **12. Ali Vilmos** 9. o. t. (Gödöllői Török I. Gimn.) 127 pont.

Jó eredményt ért még el: **13. Magyar Levente Árpád** 9. o. t. (Eger, Dobó István Gimn.) 100 pont; **14. Kelemen András** 11. o. t. (Pannonhalmi Bencés Gimn., Egyházzenei Szki. és Koll.) 95 pont; **15. Viszkocsil Norton** 11. o. t. (Budapest, Madách I. Gimn.) 80 pont; **16. Strauss Botond** 12. o. t. (Szolnok, Varga Katalin Gimn.) 70 pont.

További 45 versenyző kevesebb pontot ért el.

I-jelű informatika feladatok csapatversenye

1. díj: FágLógia, Inc.:

Bodányi Zsigmond Balázs 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.)

Virágh Bálint 10. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) 271 pont

Első dicséretben részesül: **1. Felhő: Kezdődy Gréta** 11. o. t. (Budapest, Szent István Gimn.), **Lipcsei Emma Andrea** 11. o. t. (Budapest, Szent István Gimn.) 186 pont.

Második dicséretben részesül: **2. Alma: Győri Áron** 11. o. t. (Győr, Kazinczy F. Gimn.), **Erdélyi Balázs** 11. o. t. (Győr, Kazinczy F. Gimn.), **Jóföldi Jonatán** 11. o. t. (Győr, Kazinczy F. Gimn.) 100 pont.

További 4 csapat kevesebb pontot ért el.

FIZIKA

Fizika mérési feladatok versenye

Az összes feladat helyes megoldásával 54 pontot lehetett elérni.

1–2. díj: Fülöp Magdaléna

 10. o. t. (Pécsi Leőwey K. Gimn.)

Hegedüs Márk 10. o. t. (Budapest, ELTE Apáczai Csere J.

Gyak. Gimn. és Koll.) 52 pont

- 3. díj: Csupa cserfes csajócák csillinglelő csapata**
Papp Emese Petra 10. o. t. (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.)
Handler Hanna Beáta 10. o. t. (Pécsi Leőwey K. Gimn.) 51 pont
- 4. díj: Csapat név**
Nyika Gréta Kamilla 10. o. t. (Debrecen, Tóth Árpád Gimn.)
Kiss Kinga Lili 10. o. t. (Debrecen, Tóth Árpád Gimn.) 45 pont
- 5. díj: Szőke Bottyán** 10. o. t. (Szeged, SZTE Báthory I. Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) 44 pont

Első dicséretben részesül: 6. Szabadkai Ferenc 10. o. t. (Szeged, SZTE Báthory I. Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) 39 pont; **7. Gáti Benjamin** 10. o. t. (Budapest, Berzsényi D. Gimn.) 35 pont; **8. Dombóvári Nándor** 9. o. t. (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.) 29 pont.

Második dicséretben részesül: 9. Fizika Közgazsra: Illés Gergely Levente 9. o. t. (Pécsi Janus Pannonius Gimn.), **Páter Péter** 9. o. t. (Pécsi Janus Pannonius Gimn.) 17 pont; **10. Együd András Buda** 11. o. t. (Balassagyarmati Balassi B. Gimn.) 16 pont.

Jó eredményt ért még el: 11. Dorka Réka: Dávid Dorka 11. o. t. (Debrecen, Tóth Árpád Gimn.), *Illés Réka* 11. o. t. (Debrecen, Tóth Árpád Gimn.) 13 pont; **12. Orbán Jázmin** 10. o. t. (Szeged, SZTE Báthory I. Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) 10 pont. További 8 versenyző kevesebb pontot ért el.

G-jelű fizika gyakorlatok versenyre

Az összes feladat helyes megoldásával 100 pontot lehetett elérni.

Legfeljebb 8. osztályosok

- 1. díj: Blaskovics Bálint** 8. o. t. (Budapest, Óbudai Árpád Gimn.) 77 pont
További 1 versenyző kevesebb pontot ért el.

9. osztályosok

- 1. díj: Szighardt Anna** (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 97 pont
2. díj: Lakatos Levente (Szekszárdi Garay J. Gimn.) 95 pont
3. díj: Majer Veronika (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 94 pont
4. díj: Sógor-Jász Soma (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 92 pont
5. díj: Kossár Benedek Balázs (Pécsi Leőwey K. Gimn.) 90 pont
6–7. díj: Rácz Koppány Bendeguz (Budapest, Városmajori Gimn.)
Patócs Péter (Budapest, Kempelen F. Gimn.) 88 pont
8. díj: Tóth Domonkos (Eger, Dobó I. Gimn.) 87 pont
9. díj: Medgyesi András (Budapest, Berzsényi D. Gimn.) 80 pont

Első dicséretben részesül: 10. József Áron (Románia, Székelyudvarhely, Tamási Á. Gimn.) 71 pont; **11. Kovács Artúr-Lehel** (Románia, Székelyudvarhely, Tamási Á. Gimn.) 64 pont; **12. Hollósi Dominik** (Németország, Neufahrn bei Freising, Oscar Maria Graf Gymnasium) 59 pont; **13. Dombóvári Nándor** (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.) 58 pont.

Második dicséretben részesül: **14.** *Nemes Máté Imre* (Budapest, Városmajori Gimn.) 42 pont; **15.** *Vincze Blanka Anna* (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.) 34 pont; **16.** *Kakas Noel* (Kecskeméti Katona J. Gimn.) 32 pont; **17.** *Macskássy Márk* (Budapest, Városmajori Gimn.) 31 pont; **18.** *Szatmári Petra Nina* (Miskolc, Földes F. Gimn.) 29 pont.

Jó eredményt ért még el: **19.** *Szabó Milos Farkas* (Budapest, Városmajori Gimn.) 27 pont; **20–21.** *Kiss Lukács Dániel* (Miskolc, Földes F. Gimn.); *Sándor Ákos* (Budapest, Városmajori Gimn.) 24 pont; **22.** *Kerekes Zsófia Erzsébet* (Miskolc, Földes F. Gimn.) 20 pont.

További 29 versenyző kevesebb pontot ért el.

10. osztályosok

- 1. díj:** **Hegediüs Márk** (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 100 pont
- 2–3. díj:** **Békési Máté** (Eger, Dobó I. Gimn.)
Csáki Anikó (Kecskeméti Katona J. Gimn.) 99 pont
- 4. díj:** **Sipeki Andor** (Budapest, Karinthy Frigyes Gimn.) 92 pont
- 5–8. díj:** **Kovács Tamás** (Kecskeméti Katona J. Gimn.)
Horváth Zsombor (Kecskeméti Katona J. Gimn.)
Németh Ábel (Szombathely, ELTE Bolyai J. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.)
Molnár Sámuel (Budapest, Piarista Gimn.) 91 pont
- 9. díj:** **Csonka Áron** (Budapest, Piarista Gimn.) 90 pont
- 10–11. díj:** **Szabó András** (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.)
Vízhányó Janka (Kecskeméti Katona J. Gimn.) 88 pont

Első dicséretben részesül: **12.** *Szilaj Petra* (Kecskeméti Katona J. Gimn.) 77 pont; **13.** *Szűcs Kitti* (Kecskeméti Katona J. Gimn.) 65 pont; **14.** *Sipos Dániel Sándor* (Budapest, Budai Ciszterci Szent Imre Gimn.) 62 pont.

Második dicséretben részesül: **15.** *Huba Zsombor* (Pécsi Leőwey K. Gimn.) 33 pont; **16.** *Kámán-Gausz Péter* (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 32 pont.

Jó eredményt ért még el: **17.** *Palik Csege* (Németország, Waldkirchen, Johannes Gutenberg Gymnasium Waldkirchen) 20 pont; **18–19.** *Kis Dániel* (Kecskeméti Katona J. Gimn.); *Rigó Martin* (Kecskeméti Katona J. Gimn.) 19 pont.

További 18 versenyző kevesebb pontot ért el.

G-jelű fizika gyakorlatok csapatversenye

5–10. osztályosok

- 1. díj: Háromfőshadsereg:**
László Gyula 9. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.)
Havrics Miklós 9. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.)
Balla Tamás 9. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.) 90 pont
- 2. díj: Fizikus Mucuskák:**
Bara Boglárka 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.)
Olláry Viktor Alex 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.)
Pleva András Álmos 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 83 pont

Első dicséretben részesül: 3. D & K: Orvos Kristof 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.), **Sámson Dalila** 9. o. t. (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.) 62 pont.

Második dicséretben részesül: 4. Rozsoma Noákok: Csizmadia Zalán Taddeus 9. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.), (hiányzó GDPR nyilatkozat) 9. o. t. (Debreceni Ref. Koll. Dóczy Gimn.) 35 pont; **5. Hiányzó GDPR Nyilatkozat: Nagy Barnabás László** 9. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.), **Czuczor Dávid** 9. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) 32 pont.

További 1 csapat kevesebb pontot ért el.

P-jelű elméleti fizika feladatok versenye

Az összes feladat helyes megoldásával a legfeljebb 8. osztályosoknál 144, a többi évfolyamnál 187 pontot lehetett elérni.

9. osztályosok

1. díj: Bense Tamás (Budapest V. Kerületi Eötvös J. Gimn.) 87 pont

Dicséretben részesül: 2. Pázmándi József Áron (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 46 pont.

Jó eredményt ért még el: 3. Magyar Levente Árpád (Eger, Dobó I. Gimn.) 18 pont.

További 1 versenyző kevesebb pontot ért el.

10. osztályosok

1. díj: Elekes Panni (Budapest-Fasori Evang. Gimn.) 143 pont

2. díj: Papp Emese Petra (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 132 pont

3. díj: Kis Boglárka (Kecskeméti Katona J. Gimn.) 124 pont

4. díj: Blaskovics Ádám (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 120 pont

Első dicséretben részesül: 5–6. Szécsi Bence (Szeged, SZTE Báthory I. Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) 99 pont; **Vincze Anna** (Kecskeméti Katona J. Gimn.) 99 pont; **7. Misik Balázs** (Szeged, SZTE Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) 88 pont.

Második dicséretben részesül: 8. Nagy Gellért Ákos (Szeged, SZTE Báthory I. Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) 65 pont; **9. Hajdu Eszter** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 61 pont.

Jó eredményt ért még el: 10. Beinschroth Máté (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 39 pont; **11. Varga Vivien** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 30 pont; **12. Illés Dóra** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 29 pont.

További 12 versenyző kevesebb pontot ért el.

11. osztályosok

1. díj: Beke Márton Csaba (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 179 pont

2. díj: Erdélyi Dominik (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 176 pont

3. díj: Simon János Dániel (Amerikai Egyesült Államok, South Bend, Career Academy South Bend Public Charter School) 163 pont

- 4. díj: Kovács Tamás** (Szeged, SZTE Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) 155 pont
5–6. díj: Tóth Hanga Katalin (Kecskeméti Bányai J. Gimn.)
Zólomy Csanád Zsolt (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 141 pont

Első dicséretben részesül: 7. Gyenes Károly (Kecskeméti Bányai J. Gimn.) 136 pont; **8. Bélteki Teó** (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.) 131 pont; **9. Bús László Teodor** (Ceglédi Kossuth L. Gimn.) 129 pont; **10. Molnár Lili** (Szolnok, Verseghy F. Gimn.) 128 pont; **11. Ujvári Sarolta** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.) 118 pont; **12. Vértesi Janka** (Debreceni Ady Endre Gimn.) 111 pont; **13. Sipos Márton** (Budapest, Balassi B. Nyolcévfi. Gimn.) 110 pont; **14. Hornok Máté** (Pécsi Leőwey K. Gimn.) 101 pont; **15. Csipkó Hanga Zoé** (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 96 pont; **16. Tóth-Túri Bence** (Gödöllői Török I. Gimn.) 88 pont.

Második dicséretben részesül: 17. Zámbo Luca (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 72 pont; **18. Hasulyó Dorián** (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 70 pont; **19. Pituk Péter** (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 66 pont; **20. Hübner Júlia** (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 64 pont; **21–23. Balázs Barnabás** (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.); **Varga Zsolt** (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.); **Erős Fanni** (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., Ált. Isk. és Koll.) 60 pont; **24. Sárecz Bence** (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.) 57 pont; **25. Wolf Erik** (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.) 56 pont; **26. Bálint Áron** (Budapest V. Kerületi Eötvös J. Gimn.) 55 pont.

Jó eredményt ért még el: 27–28. Páternoszter Tamás (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.); **Konkoly Zoltán** (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 52 pont; **29. Monok Péter** (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 50 pont; **30. Tóth Bertalan** (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 44 pont; **31. Domján Noémi Dóra** (Kecskeméti Katona J. Gimn.) 41 pont; **32. Bor Noémi** (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 40 pont; **33. Varga Zétény** (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 39 pont; **34–35. Poló Zsófia** (Szlovákia, Révkomárom, Selye J. Gimn.); **Horvath Benedek** (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.) 38 pont; **36. Ligeti Barnabás** (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn. és Koll.) 36 pont; **37. Tóth Kolos Barnabás** (Budapest V. Kerületi Eötvös J. Gimn.) 35 pont.

További 20 versenyző kevesebb pontot ért el.

12. osztályosok

- 1. díj: Ujpál Bálint** (Miskolci Herman O. Gimn.) 166 pont
2. díj: Sütő Áron (Eger, Dobó I. Gimn.) 151 pont
3. díj: Klement Tamás (Pécsi Leőwey K. Gimn.) 149 pont
4–5. díj: Csiszár András (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.)
Tóthpál-Demeter Márk (Budapest IX. Kerületi Leövey K. Gimn.) 148 pont

6. díj: Fekete Lúcia (Budapest V. Kerületi Eötvös J. Gimn.) 133 pont

Első dicséretben részesül: 7. Bencze Mátyás (Románia, Székelyudvarhely, Tamási Á. Gimn.) 112 pont; **8. Masa Barnabás** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 104 pont; **9. Kiss Adorján Timon** (Kaposvári Táncsics M. Gimn.) 92 pont; **10. Magyar Zsófia** (Szeged, SZTE Gyak. Gimn. és Ált. Isk.) 82 pont.

Második dicséretben részesül: **11. Agócs Zoltán** (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 65 pont; **12. Éliás Kristóf** (Miskolc, Földes F. Gimn.) 61 pont.

Jó eredményt ért még el: **13–14. Fajsi Karsa** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.); **Fercsák Flórián** (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn.) 36 pont.

További 9 versenyző kevesebb pontot ért el.

P-jelű elméleti fizika feladatok csapatversenye

1. díj: fizikások:

Ollé Sarolta 11. o. t. (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.)

Herczeg Viktória 11. o. t. (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn. és Szathmáry Koll.) 146 pont

2. díj: 3 lóerő:

Vigh István Csaba 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.)

Török Tibor 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.)

Halmosi Dávid 11. o. t. (Szegedi Radnóti M. Kís. Gimn.) 134 pont

3. díj: Még van egy hónap:

Tajta Sára 11. o. t. (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn.)

Jávor Botond 11. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.)

Field Márton 11. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) 133 pont

Dicséretben részesül: 4. Entrópiatagadók: **Budai Máté** 11. o. t. (Gyula, Erkel F. Gimn.), **Nacsa Domán** 11. o. t. (Gyula, Erkel F. Gimn.) 105 pont.

Jó eredményt ért még el: **5. Fizika Közgazsra:** **Illés Gergely Levente** 11. o. t. (Pécsi Janus Pannonius Gimn.), **Páter Péter** 11. o. t. (Pécsi Janus Pannonius Gimn.) 59 pont; **6. Galád csapat:** **Gerlei Dániel** 11. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.), **Balázs Bence József** 11. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) 44 pont; **7. vip:** **Szalai Dorottya** 11. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.), **Dávid Alíz Tünde** 11. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.), **Halász Júlia Regina** 11. o. t. (Budapest, Városmajori Gimn.) 39 pont.

További 4 csapat kevesebb pontot ért el.

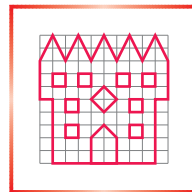


Ebben a tanévben a *Vicsek Tamás díjat* megosztva **Hegedüs Márk** (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., 10. évf.) a **G. 880.** és a **G. 892.** gyakorlatok szép megoldásáért, valamint a **P. 5618.** feladat egyetlen hibátlan megoldásáért **Simon János Dániel** (Career Academy South Bend, 11. évf.) nyerte el.

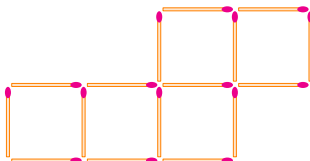
A fizika mérési versenyben a *Varga István díjban* a kísérleti feladatok ötletes megoldásáért és igényes kidolgozásáért **Fülöp Magdaléna** (Pécsi Leőwey Klára Gimn., 10. évf.) részesült.

A *Zawadowski Alfréd* emlékére alapított díjat megosztva **Beke Márton Csaba** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.) több nehéz feladat ötletes és szépen leírt megoldásáért, valamint a **P. 5615.** feladat egyetlen maximális pontot érő megoldásáért **Fajsi Karsa** (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 12. évf.) nyerte el.

A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok
ABACUS-szal közös pontverseny
9. osztályosoknak
(864–868.)



K. 864. Az alábbi elrendezést gyufákból készítettük. Legkevesebb hány gyufát kell áthelyeznünk ahhoz, hogy az öt egybevágó négyzet helyett csak négy, az eredetivel egybevágó legyen látható az új elrendezésben? (A négyzetlapok nem fedhetik át egymást, csak oldaluk vagy csúcuk lehet közös, és befejezetlen négyzetet sem alakíthatunk ki.)



K. 865. Egy kereskedő 3000 Ft-ért vett egy terméket a nagykereskedéstől. Mennyiért árulja, ha az árból 10% kedvezményt adva is szeretne a beszerzési árhoz képest 20%-ot keresni rajta?

K. 866. Határozzuk meg az a , b , c , d különböző pozitív egész számok értékét, ha tudjuk, hogy:

$$\begin{aligned} a(b + c + d) &= 16, \\ b(a + c + d) &= 30, \\ c(a + b + d) &= 42. \end{aligned}$$

K/C. 867. Van két egyforma, téglalap alakú papírlapunk. Az egyiket egy egyenes vágással két téglalapra vágjuk, a kapott téglalapok területének összege 84 cm. A másik papírlapot is két téglalapra vágjuk egy egyenes vágással, a két kapott téglalap területének összege 96 cm. Hány cm hosszúak az eredeti téglalap oldalai?

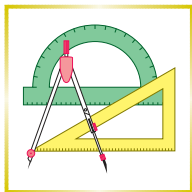
K/C. 868. Öt számkártyára egy-egy egymástól különböző számjegyet írtunk. A számkártyákból először kiraktuk a lehető legnagyobb, majd a lehető legkisebb ötjegyű számot. A két kirakott szám összege 96478 lett. Melyik öt számjegy szerepel a számkártyákon? (A számkártyákat forgatni – tehát például 9-esből 6-ost csinálni – nem szabad.)



Beküldési határidő: 2025. október 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>





A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (867–868., 1863–1867.)

Feladatok 10. évfolyamig

K/C. 867. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

K/C. 868. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

Feladatok mindenkinek

C. 1863. Egy családnak négy gyermeke van. Életkoruk aránya 2004-ben $2 : 3 : 4 : 5$ volt. A születési éveik összege 7960.

a) Mennyi volt a gyermekek életkorának összege 2000-ben?

b) Hány éves volt a legidősebb gyerek 2004-ben?

(kanadai versenyfeladat)

C. 1864. Egy hatszög szögei egyenlők, négy egymást követő oldalának hossza 5, 3, 6 és 7 (ebben a sorrendben). Számítsuk ki a következő két oldal hosszát.

(indiai versenyfeladat)

C. 1865. Az iskolai szkanderbajnokságon 17 fő indult el. Mindenki pontosan egyszer mérkőzött meg mindenkivel, döntetlen nem született. A versenyzők egy csoportját *erősnek* hívjuk, ha teljesül rájuk, hogy bármely rajtuk kívüli versenyzőt legyőzött közülük valaki. Bizonyítsuk be, hogy kiválasztható legfeljebb 9 fős erős csoport.

Javasolta: *Paulovics Zoltán* (Budapest)

Feladatok 11. évfolyamtól

C. 1866. Adott egy egységnyi hosszúságú, illetve egy a és egy b hosszúságú ($a \neq 1$ és $b \neq 1$) szakasz. Adjunk szerkesztési eljárást az $\frac{1}{a}$, az $a \cdot b$ és az $a^2 \cdot b^3$ hosszúságú szakaszok szerkesztésére. (Az elemi szerkesztési lépéseket, mint például szög felezése, tengelyes tükrözés, nem kell részletezni.)

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

C. 1867. A zárójelek felbontása és az összevonások után mennyi lesz az $a^n b^n c^n$ együtthatója az $(a+b)^n(b+c)^n(c+a)^n$ algebrai kifejezésben, ahol n pozitív egész szám? (A választ megadhatjuk legfeljebb n -tagú összegként.)

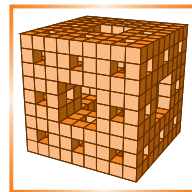
Javasolta: *Paulovics Zoltán* (Budapest)



Beküldési határidő: 2025. október 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>

A B pontversenyben kitűzött feladatok (5470–5477.)



B. 5470. A Pascal-háromszög 14. sorának három egymást követő eleme 1001, 2002, 3003. Előfordul-e a Pascal-háromszög másik sorában is, hogy három egymást követő elem n , $2n$, $3n$ valamilyen n egész számra?

(3 pont)

Javasolta: *Hujter Bálint* (Budapest)

B. 5471. Legfeljebb hány számot lehet kiválasztani az első 50 pozitív egész szám közül úgy, hogy semelyik kettő szorzata ne legyen negyedik hatvány?

(3 pont)

Javasolta: *Pach Péter Pál* (Budapest)

B. 5472. Az $ABCD$ konvex négyszögben $AB = BC = CD$. Igazoljuk, hogy ha $BCD \angle = 2DAB \angle$, akkor $ABC \angle = 2CDA \angle$.

(4 pont)

Javasolta: *Kós Géza* (Budapest) és *Vígh Viktor* (Sándorfalva)

B. 5473. Néhány különböző pozitív egész szám összege 1000. Legfeljebb mennyi lehet a szorzatuk?

(4 pont)

Javasolta: *Kozma Katalin Abigél* (Győr)

B. 5474. Igazoljuk, hogy a 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11, 15, 16, 17, 19 és 23 oldalú négyzeteket nem lehet átfedés nélkül bepakolni a 45×45 -ös négyzetbe.

(5 pont)

Javasolta: *Bozóki Sándor* (Budapest)

B. 5475. Mutassunk példát olyan szabályos sokszögre, amelynek a területe egyenlő valamilyen két átlójának szorzatával.

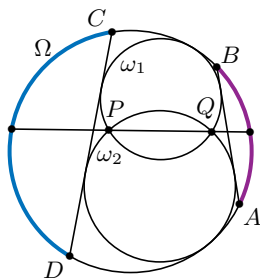
(4 pont)

Javasolta: *Hujter Mihály* (Budapest)

B. 5476. Alinak és Babának is van egy-egy véletlenszám-generátora. Alié az 1, 2, ..., 100 számok közül sorsol egyet egyenlő eséllyel, míg Babáé a 0, 1, 2, ..., 100 számok közül. (A sorsolások függetlenek egymástól.) Ali kiszámolta, hogy a saját gépét várhatóan hányszor kell használni ahhoz, hogy a sorsolt számok összege legalább 101 legyen, míg Baba kiszámolta, hogy az ő gépét várhatóan hányszor kell használni ahhoz, hogy a sorsolt számok összege legalább 100 legyen. Melyikük várható értéke lett a nagyobb?

(6 pont)

Javasolta: *Sztranyák Attila* (Budapest)



B. 5477. Az $ABCD$ húrnégyszög köré írt kör Ω . Az ω_1 és ω_2 körök belülről érintik Ω -t, és mindkettő érinti az AB és a CD szakaszt is. Az ω_1 és ω_2 a P és Q pontokban metszik egymást. Mutassuk meg, hogy a PQ egyenes felezi az Ω kör AB és CD íveit.

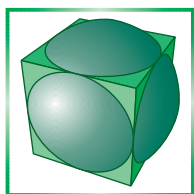
(6 pont)

Javasolta: Kós Géza (Budapest)



Beküldési határidő: 2025. október 10.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>



Az A pontversenyben kitűzött nehezebb feladatok (911–913.)

A. 911. Milyen $n \geq 4$ egész számokra igaz, hogy a szabályos n -szög területe egyenlő valamelyik két átlójának szorzatával?

Hujter Mihály (Budapest) ötletéből

A. 912. Egy ABC háromszög A csúcsához tartozó szimmedián egyenese a körülírt kört A' -ben metszi el másodszorra. Mutassuk meg, hogy az alábbi három pont egy egyenesre illeszkedik:

- az A pont BC egyenesre vett tükörképe;
- az A pont inverz képe az ABC háromszög Feuerbach-körére vett inverzió során;
- az AA' húr felezőpontja.

Javasolta: Szakács Ábel (Budapest)

A. 913. Legyen n egy pozitív egész szám. Marci a füzetébe leírja az első n pozitív egész számot valamilyen sorrendben úgy, hogy azt mi nem látjuk. Legyen ez $m(1), m(2), \dots, m(n)$, ezt a sorrendet szeretnénk kitalálni. Egy lépésben mi is felsorolhatjuk az első n pozitív egész számot Marcinak valamilyen sorrendben, legyen ez $a(1), \dots, a(n)$. Ekkor Marci a füzetébe (amit mi nem látunk) rajzol egy n csúcsú üres gráfot, melynek csúcsait megcímkézi rendre az $1, 2, \dots, n$ számokkal. Ezután minden $1 \leq i \leq n$ egészre az i -vel címkézett csúcsból húz egy irányított élet az $m(a(i))$ címkéjű csúcsba. Végül a kapott n élű gráf felbomlik diszjunkt irányított körök uniójára (amelyek akár állhatnak egyetlen hurokélból is), és Marci elárulja nekünk ezen körök számát.

a) Mutassuk meg, hogy mindig ki tudjuk találni a gondolt permutációt legfeljebb $n \log_2(n)$ ilyen lépésből.

b) Létezik-e olyan $c < 1$ konstans, amelyre minden n esetén elég $cn \log_2(n)$ ilyen lépés?

Javasolta: Németh Márton (Budapest)

Informatikából kitűzött feladatok (667–670.)



I. 667. Egy téglalap alakú asztalon robotjárművek mozognak úgy, hogy időegységenként egy távolságegységet tehetnek meg balra, jobbra, lefelé vagy felfelé. A járművek intelligensek, érzékelik helyzetüket és egymást, nem ütköznek össze. Az asztalra gondolatban egység oldalú négyzetekből négyzethálót helyezünk. A robotok mindegyike egy ilyen négyzetben helyezkedik el, úgy, hogy egy négyzetben több robot is elfér. A robotok maguk döntenek el minden lépésüket, hogy helyben maradnak, vagy valamelyik szomszédos pozícióba mennek tovább.

Készítsünk programot *i667* néven, amely megadja, hogy T időegység alatt ugyanarra a helyre maximum hány robotjármű juthat el, és hol van ez a hely. Több megoldás esetén elegendő egyet megadni.

A program standard bemenetének első sorában az asztal oldalainak hossza ($1 \leq N, M \leq 100$), a robotjárművek száma ($1 \leq DB \leq 1000$) és a vizsgált időtartam ($1 \leq T \leq 100$) szerepel. A következő DB sor egy-egy jármű indulási helyét ($1 \leq X_i \leq N$, $1 \leq Y_i \leq M$) tartalmazza egy-egy szóközzel elválasztva.

				R	
R					
R		R			
					R
		R		R	

A programmal a standard kimenetre írjuk ki a maximális járműszámot, ahány darab robot egyetlen helyre eljuthat, és annak helykoordinátáit szóközzel elválasztva.

Magyarázat: a 3. sor 5. mezőjéhez és a 4. sor 4. mezőjéhez négy robot is elérhet 2 időegység alatt, míg több már nem.

Beküldendő egy tömörített *i667.zip* állományban a program forráskódja és rövid dokumentációja, amely megadja, hogy a forrásállomány melyik fejlesztői környezetben fordítható.

(10 pont)

Bemenet	Kimenet
5 6 7 2	4 3 5
1 5	
2 1	
3 1	
3 3	
4 6	
5 3	
5 5	

I. 668. Zoliék nemrég tanulták az iskolában a Caesar-kódolású titkosírást. Az óra végére felkeltette a figyelmét a módszer. Már sajnálta, hogy az óra elején nem figyelt. Tudta, hogy valami fontos lépés kimaradt (a szöveg előkészítése a titkosításra, a nyelvi rendszer elrejtése a szavak és írásjelek törlésével, és a kisbetűk nagybetűkké alakításával). Ezért egy kis csavarral próbálta megnehezíteni a kódfejtők dolgát.

1. Nyissunk meg egy üres táblázatkezelő munkafüzetet.
2. Illesszük be a **B2** cellától a Zoli készítette és a titkos.txt-be elmentett kódolt szöveget.

3. Mentsük el a munkafüzetet *zolititkos* néven a táblázatkezelő alapértelmezett formátumában.
4. Az **A2 : A41** tartomány celláit töltsük fel rendre az 1, 2, ..., 40 számokkal.
5. Végezzük el ugyanezt a **C1 : AP1** tartományban is.
6. A **C2 : AP41** tartomány celláiban bontsuk fel betűkké a kódolt üzenet sorait.
7. Próbáljuk meg a Caesar-kód ismeretében megfejteni az immár betűire szedett üzenetet. Derítsük ki, hogy milyen ravaszsággal próbálta Zoli kiküszöbölni az óra elején elmulasztottakat.
8. A megfejtett üzenetet másoljuk át a szövegszerkesztőbe, tegyük folyamatos szöveggé, és mentjük el *dekódolva.docx* néven.
9. A szöveget egy online szövegfelolvasóval (pl.: <https://www.narakeet.com/app/text-to-audio>) alakítsuk mp3 fájlá. A fájl neve *zoliuzenet.mp3* legyen.

Minta:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	1	D#yéqdw}rj#wlwrn}dwr#v}dydi#hjév}#n'o	D	#	y	é	q	d	v	v	}	r	q	
3	2	fpřu"oófq"vtcikmwuá"u}dpglvém"c"pgxgvu	f	p	ř	u	"	o	ó	f	q	p	"	v
4	3	ējhv#edohvhw}w/#yjjkrj#d}#hpehu}n#prvw#	ē	j	h	v	#	e	d	o	h	v	h	w
5	4	tēulxg#rknncpváuqmcv"m}nfvgm"cj"koēpv"	t	ē	u		x	g	x	+	"	r	k	n
6	5	ilj}hohpuh#lv#dol}#pēowdwrw#limy#xwāq1#	i	l	j		h	o	h	p	u	h	#	l
7	6	C"cuu}qp{qm"cj"khlu"ogip{gt+cteāpcm."o	C		"	c	u	u		q	p	{	q	m
8	7	ho}hw#d}#lj}dorp#khyh#pėj#fvlqrvedeā#whw	h	o		h	w	#	d	}	#	l	}	j
9	8	v."xncokpv"gt+vgnlgu"vgtogvēpgm"ogidqeu	v	.	"	x	c	n	c	o	k	p	v	"
10	9	āwrvwān#qhp#fvxsāq#plqghq#jjhwohqvéjēw/	ā	w	r	w	ā	n	#	q	h	p	#	
11	10	"jcpgo"fkxcvcoūn"r}nvljēmēv"ku0"Euwmcu	"	j	c	p	g	o	"	f	k	x	c	v
12	11	"unh#iudnnmd#xj}dq}v#ro}dq#v}deāv#yrow/	"	u	n	h	#	i	u	d	n	n	m	d
13	12	"okpvjc"cj"u}cdō."cmk"xcttve."eucm"jcnnoqo	"	o	k	p	v	j	c	"	c	"	u	

Segédszámításokat az **AP** oszloptól jobbra lehet végezni. A megoldásban saját függvény vagy makró nem használható.

Beküldendő egy tömörített *i668.zip* állományban a *zolititkos* táblázatkezelő munkafüzet, a *dekódolva.docx*, a *zoliuzenet.mp3* fájl és egy rövid dokumentáció, amelyben szerepel Zoli titkosításának magyarázata, az alkalmazott táblázatkezelő neve és verziószáma.

Letölthető fájl: *titkos.txt*

(10 pont)

I. 669. A régi magyar könnyűzenei albumokat játszó rádióadó az elmúlt öt év-tized kiadott lemezeiből választott ki 50-et. Ebben a feladatban a kiválasztott albumokhoz, az albumokon szereplő dalokhoz és az albumokat megjelentető lemezkiadókhöz kapcsolódó feladatokat kell megoldanunk. Az adatbázis a következő táblákat tartalmazza:

Táblák:

album (az, ev, eloado, cim, kiadoaz, link)

az	Az album azonosítója (szám), ez a kulcs
ev	Az album megjelenésének éve (szám)
eloado	Az albumot előadó zenész vagy zenekar neve (szöveg)
cim	Az album címe (szöveg)
kiadoaz	Az albumot kiadó lemezkiadó azonosítója (szám)
link	Az albumról szóló rádióműsor online elérhetősége (szöveg)

dal (az, albumaz, cim)

az A dal azonosítója (szám), ez a kulcs
albumaz A dalt tartalmazó album azonosítója (szám)
cim A dal címe (szöveg)

kiado (az, nev, alap)

az A kiadó azonosítója (szám), ez a kulcs
nev A kiadó neve (szöveg)
alap A kiadó alapításának éve (szám)



Az alábbiakban következő feladatokat megoldó SQL parancsokat rögzítsük a *lemez_megoldas.sql* nevű állományban a feladatok végén zárójelben megadott névvel. A javítás során csak ennek az állománynak a tartalma lesz értékelve. Ügyeljünk arra, hogy a lekérdezésekben pontosan a kívánt mezők szerepeljenek, felesleges mezőt ne jelenítsünk meg.

1. A *lemez.sql* állomány tartalmazza az adatbázist és a táblákat létrehozó, valamint az adatokat a táblába beszűrő SQL parancsokat! Futtassuk a lokális SQL szerveren a *lemez.sql* parancsfájlt.
2. Készítsünk lekérdezést, amely megadja a '80-as években (1980–1989) megjelent albumok előadóinak nevét ábécérendben. A listában minden név csak egyszer jelenjen meg. (**2elo80**)
3. Készítsünk lekérdezést, amely megadja azokat a dalokat, amelyek címében előfordul a „**rock and roll**” szövegrészlet. A lekérdezés jelenítse meg a dal címét, valamint annak az albumnak az előadóját, címét és megjelenésének évét, amelyen a dal szerepel. (**3rock**)
4. Készítsünk lekérdezést, amely megadja, hogy melyik kiadó hány albumot adott ki. A lista legyen a kiadott albumok száma szerint csökkenő sorrendben. (**4kiadok**)
5. Készítsünk lekérdezést, amely megadja azt az évet, amelyben a legtöbb album jelent meg. Ha több ilyen év van, akkor elegendő az egyiket megjeleníteni. (**5evек**)
6. Készítsünk lekérdezést azokról a dalokról, amelyek címében szerepel a „**dal**” szó önálló, ragozatlan szóként. A lekérdezés az album címét, a hozzá kapcsolódó rádióműsor online elérhetőségét, az előadó nevét és a dal címét jelenítse meg. (**6dal**)
7. A kiválasztott könnyűzenei albumok nagy részét a Hungaroton adta ki. Melyik az az év, amikor először jelent meg olyan album, amelyet beválasztottak az 50-es listába, de nem a „**Hungaroton**” adta ki? A lekérdezés jelenítse meg a kiadó nevét, a megjelenés évét, az album címét és az előadó nevét. Ha az adott

évben több – a feltételnek megfelelő – album is megjelent, akkor elegendő az egyik adatait megjeleníteni. (**7eloszor**)

8. Soroljuk fel lekérdezés segítségével azoknak a daloknak a címét, amelyek ugyanazon az albumon vannak, mint az „**Ez a helyzet**” című szám. (**8ez**)
9. Készítsünk lekérdezést, amely megadja azoknak a kiadóknak a nevét és alapításának évét, amelyek az alapítás évében vagy az azt követő évben megjelentek az adatbázisban szereplő albumot. (**9alap**)

Beküldendő egy tömörített *i669.zip* állományban a *lemez_megoldas.sql* nevű állomány, amely a feladatok megoldását tartalmazza.

Letölthető állomány: *lemez.sql*

(10 pont)

I. 670. A Google Térkép a tömegközlekedési adatokat elsősorban a közlekedési szolgáltatóktól kapja. Az adatok GTFS (General Transit Feed Specification) formátumban érkeznek a szolgáltatóktól a zökkenőmentes feldolgozás érdekében. A közlekedési társaságok egy része nyilvánosan is elérhetővé teszi az adatokat ebben a formátumban, így azokból nem csak a Google, hanem bárki készíthet saját útvonaltervező alkalmazást.

A <https://www.kaposbusz.hu/letoltheto-menetrend> oldalon elérhetők Kaposvár autóbusz közlekedésének GTFS formátumú adatai. Töltsük le a tömörített állományt, és vizsgáljuk meg a benne található *routes.txt*, *trips.txt*, *stop.txt*, *stop_times.txt* szöveges fájlokat. Csak ezen állományok felhasználásával dolgozzunk, a többi fájlban található adatokat most ne használjuk fel.

Készítsünk programot, amely a fenti négy állományban lévő adatok alapján megadja, hogy egy adott időpontban (óra és perc), egy adott szélességi és hosszúsági adatokkal rendelkező helyről milyen útvonalon lehet eljutni egy másik szélességi és hosszúsági adatokkal rendelkező helyre Kaposváron. Az utazásra azt a feltételt szabjuk, hogy egyetlen gyalogos rész sem lehet hosszabb 200 méternél, egyetlen helyen sem várakozunk 10 percnél tovább, illetve legföljebb három tömegközlekedési járatot alkalmazhatunk.

Az útvonal kereséséhez a program kérje be az indulási időpontot, valamint az indulási és érkezési hely szélességi és hosszúsági adatát. A programnak nem szükséges az időben vagy távolság szerint optimális útvonalat megadnia. Amennyiben nem található a feltételeknek megfelelő útvonal, akkor a program javasoljon taxit az utazáshoz. Ha az útvonal létezik, akkor annak részleteit írja ki soronként. Például „10:06 – 3 perc séta a 68-as busz Városháza megállójába”, „10:12 – utazás a 68-as buszon a Malom megállóig”, stb. A bemeneti adatok minden esetben napközbeni időpontok és kaposvári koordináták.

Beküldendő egy tömörített *i670.zip* állományban a program forráskódja és rövid dokumentációja, amely megadja, hogy a forrásállomány melyik fejlesztői környezetben fordítható.

(10 pont)



Beküldési határidő: 2025. október 15.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>



Beszámoló a 9. Európai Fizikai Diákolimpiáról



Idén 2025. június 13. és 17. között Szófiában, Bulgária fővárosában rendezték meg az Európai Fizikai Diákolimpiát (EuPhO). A versenyen 29 európai és 10 Európán kívüli ország összesen 194 diákja vett részt, közülük 130 diák kapott érmet vagy dicséretet. A magyar csapat tagjai egy ezüst- és három bronzérmet szereztek.

A Nemzetközi Fizikai Diákolimpiára (IPhO) és az EuPhO-ra a felkészülés a szokásos módon szeptemberben kezdődött: ebben a tanévben már az ország hat városában (Budapesten, Debrecenben, Miskolcon, Pécsen, Szegeden és Székesfehérváron) működött olimpiai szakkör. A jelenléti szakkörökön kívül továbbra is elérhető az IPhO Hungary YouTube-csatorna¹ és a szakköri honlapra felkerülő feladatsorok². A válogatás február végén egy online formában megrendezett fordulóval kezdődött, amelyen bárki részt vehetett. Összesen harmincketten küldtek be dolgozatot, közülük tizenegy diák kapott meghívást a további fordulókra. A válogatás online felkészítéssel és négy villámversennyel folytatódott, majd a BME Fizikai Intézetében megrendezésre kerülő kétnapos döntővel zárult, ahol az elméleti feladatok mellett egy olimpiai stílusú mérési feladatot is meg kellett oldania a versenyzőknek. A felkészítések és a versenyek szervezésében *Barankai Norbert*, *Berke Martin*, *Sarkadi Tamás*, *Szász Krisztián*, *Széchenyi Gábor*, *Tasnádi Tamás*, *Vankó Péter* és *Vigh Máté* vett részt. A kiválasztott csapat (mindkét olimpiára):

Bencz Benedek (Baár-Madas Református Gimnázium, Általános Iskola és Diákotthon, 12. oszt.), felkészítő tanára: *Horváth Norbert*;

Elekes Dorottya (Budapest-Fasori Evangélikus Gimnázium, 12. oszt.), felkészítő tanára: *Izsa Éva*;

Erdélyi Dominik (Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium, 11. oszt.), felkészítő tanárai: *Nagy Piroska Mária* és *Schramek Anikó*;

Téti Miklós (Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium, 11. oszt.), felkészítő tanára: *Schramek Anikó*;

Tóth Kolos Barnabás (Eötvös József Gimnázium, 11. oszt.), felkészítő tanára: *Varga Balázs*.

A csapatnak június elején a BME Fizikai Intézetében kétnapos felkészítést tartottunk, ahol elsősorban mérési feladatok elvégzésére és megbeszélésére volt lehetőség. A válogatóverseny és a felkészítés szállás- és étkezési költségeire a MATFUND Alapítvány biztosított támogatást.

A csapat 2025. június 13-án repülővel utazott Szófiába, ahol aznap este már az olimpia megnyitója volt. A mérési és elméleti fordulókat június 14-én és 15-én rendezték meg. A versenyen kívül a diákoknak városnéző sétákat szerveztek.

¹<https://www.youtube.com/c/IPhOHungary>

²<https://ipho.physics.bme.hu/>

A moderációra (a megoldásokért járó végleges pontszám megvitatása, amely ezen a versenyen az IPhO-val szemben a diákok feladata) június 16-án volt lehetőség, és ezen a napon volt a búcsúvacsora is. Az eredményhirdetésre másnap, június 17-én délelőtt került sor, ezzel zárult a hivatalos program. A magyar csapat ezután egy tradicionális bolgár étteremben ebédelt, majd este repülővel utazott haza.

A versenyen maximálisan 50 pontot lehetett szerezni. A legjobb eredményt *Marján Koval*, Szlovákia érte el (40,3 pont). A versenyen 18 aranyérmes (29,8 ponttól), 38 ezüstérmes (19,3 ponttól), 44 bronzérmes (13,0 ponttól) és 30 dicséretet (9,4 ponttól) osztottak ki. A legjobb mérésért járó különdíjat egy román, a legjobb elméletért járó egy német diák kapta. A nem hivatalos éremtáblázat élén Észtország végzett három arany-, valamint egy-egy ezüst- és bronzéremmel. A magyar csapat tagjainak eredményei:

Téti Miklós 19,4 pont, *ezüstérmes*;

Elekes Dorottya 18,7 pont, *bronzérmes*;

Bencz Benedek 16,9 pont, *bronzérmes*;

Tóth Kolos Barnabás 14,3 pont, *bronzérmes*;

Erdélyi Dominik 4,7 pont.

A csapat vezetői Szász Krisztián és Vankó Péter voltak.

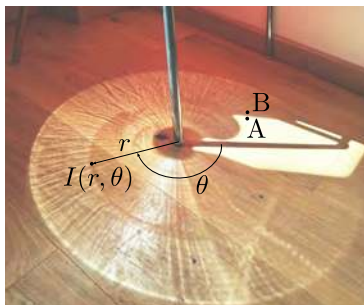
Az alábbiakban közöljük a verseny feladatait (a mérés szövegét kicsit rövidítve), a megoldások (és a mérés teljes szövege) a verseny honlapján érhetők el: <https://eupho.ee/eupho-2025/>.

Az EuPhO-n való részvételt a Nemzeti Tehetség Program támogatta az NTP-NTMV-24-B-0003 számú pályázat keretében.

Elméleti feladatok

T1 – Napos (10 pont)

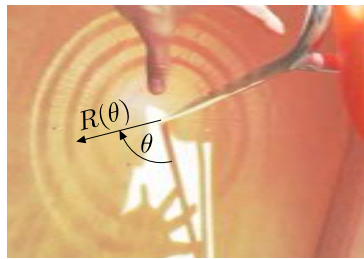
Tanulmányozd a fényes köröket és a sötét gyűrűket az alábbi ábrákon! Számításaidat a következő idealizált körülmények feltételezésével végezd: a széklyáb egy pontosan függőleges, a sugarú henger, tökéletesen sima, hengeres és tökéletesen fényvisszaverő felülettel. Használhatsz további észszerű feltételezéseket és közelítéseket is, ha azok egyszerűsítik a számításaidat.



1. ábra

a) Határozd meg, hogy a fényesen megvilágított körön belül a padlón lévő $I(r, \theta)$ megvilágítási többlet hogyan függ az $r \gg a$ és θ polárkoordinátáktól! A megvilágítás a beérkező fény mennyiségét adja meg területegységenként. „Többlet” alatt a henger jelenléte miatt keletkező járulékos megvilágítást értjük. Az eredményt az 1. ábra A és B pontjai közötti I_0 megvilágítási különbség segítségével fejezd ki. (5 pont)

b) A 2. ábrán néhány ujj kitakarja a széklábat elérő fény egy részét. Jelölje $R(\theta)$ a középső sötét gyűrű radiális távolságát a θ szög függvényében, és legyen $R_{\min}$ az $R(\theta)$ minimális értéke. Határozd meg az $R(\theta) - R_{\min}$ függvényt! (5 pont)



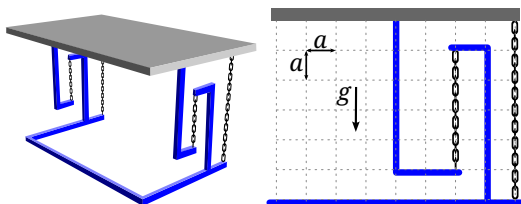
2. ábra

T2 – Lebegő asztal (10 pont)

Egy asztal úgy készült, hogy egy fémkeretet egy nehéz, homogén laphoz rögzítenek (így merev testet alkotnak), és láncokkal egy másik, vízszintes talajra rögzített kerethez erősítik. Az asztal mozgását az oldalnézeti síkban vizsgáljuk (a 3. ábra jobb oldalán).

a) Mutasd meg, hogy az ábrázolt helyzetben az asztal stabil egyensúlyban van! (4 pont)

b) Határozd meg a kis rezgések T periódusidejét! (6 pont)



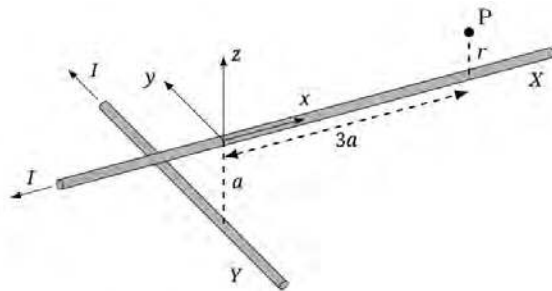
3. ábra

A láncok és a keret tömege elhanyagolható. A láncok súrlódásmentesek, nyújthatatlanok és rezgés közben is feszesek maradnak. A rácsháló mérete $a = 0,100$ m, a nehézségi gyorsulás $g = 9,81$ m/s².

T3 – Keresztezett vezetékek (10 pont)

a) Egy végtelen, egyenes, vékony huzalon áram folyik. A huzallal párhuzamosan egy külső, homogén mágneses mezőt kapcsolunk be. Vázlatosan rajzolj fel egy mágneses erővonalat! (1 pont)

b) Most tekintsük a 4. ábrán látható két, végtelen, egyenes, vékony vezetéket (X és Y), amelyek mindegyikében I áram folyik. Az x tengely egybeesik az X huzallal, míg az Y huzal párhuzamos az y tengellyel, és áthalad a $(0, 0, -a)$ ponton. Legyen P a $(3a, 0, r)$ pont. Feltételezve, hogy $r \ll a$, számítsd ki a P -n áthaladó mágneses erővonal X huzaltól mért legkisebb d távolságát! (5 pont)



4. ábra

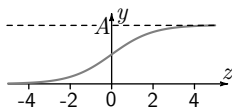
c) Legyen ennek az erővonalnak a P pont és az erővonal X vezetékhez legközelebb eső pontja közötti hossza L . Az $a = 10$ cm és $r = 1,0$ mm értékek felhasználásával számítsd ki L értékét 20% relatív hibahatáron belül! (4 pont)

Kísérleti feladatok

E1 – Deep learning (10 pont)

A modern mesterséges neurális hálózatok (ANN) több milliárd neuronból állnak. Minden egyes neuron az $x_1, x_2, \dots, x_n$ bemenet(ek)et egy y kimenetté alakítja. Először a

$$z = w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n + b$$



5. ábra

kerül kiszámításra valós w_i súlyok és valós ún. b bias értékekkel. Ezután egy *aktiváló függvényt* alkalmazunk z -re a végső $y(x_1, x_2, \dots)$ kimenet előállításához. A jelen feladatban egy neuron fizikai modelljét vizsgáljuk, amelynek bemenetei az x_1 és x_2 elektromos feszültségek, az aktiváló függvény pedig az 5. ábrán látható $A\sigma(z)$, ahol $\sigma(z) = 1/(1 + \exp(-z))$ az úgynevezett szigmoid függvény.

Eszközök (Fontos: Tápegységet ne kapcsolj ki!)



6. ábra

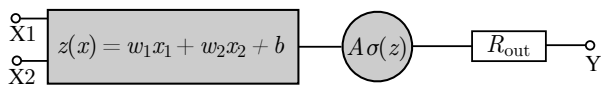
(i) Egy doboz, amely egy feszültségforrást, egy neuront modellező elektronikus áramkört és két potenciométert (az A-potenciométert és a B-potenciométert) tartalmaz (6. ábra). A doboz elektromos csatlakozóit a következőképpen jelöljük:

Két, elektromosan összekapcsolt GND-csatlakozás: a $+V$, x_1 , x_2 és y közös negatív pólusaként szolgáló elektromos föld.

$+V$: a feszültségforrás pozitív pólusa.

$X1$ és $X2$: a neuronok x_1 és x_2 bemeneti feszültségeinek pozitív termináljai. A neuron kimenete nem kiszámíthatóan viselkedik, ha e két terminál valamelyikén nincs bemeneti feszültség.

Y : a pozitív kimeneti csatlakozó. Úgy viselkedik, mint egy valós feszültségforrás, amely egy y feszültségű ideális feszültségforrásból és egy R_{out} soros kimeneti ellenállásból áll, és a 7. ábrán látható módon működik.



7. ábra

A1, A2, A3: az A potenciométer csatlakozói.

B1, B2, B3: a B potenciométer csatlakozói.

T: a feladatban nem használt kivezetés.

(ii) Digitális multiméter két vezetékkel.

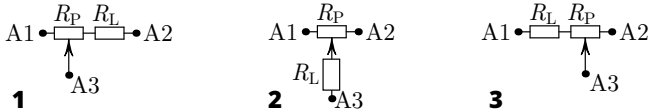
(iii) Banáncsatlakozóval ellátott vezetékek.

(iv) Milliméterpapír.

E1.1 (0,5 pont)

Az A1, A2 és A3 terminálok az R_P A potenciométerhez és egy további R_L terhelő ellenálláshoz csatlakoznak.

A 8. ábrán melyik rajz felel meg a dobozban lévő áramkörnek? Határozd meg az R_L és R_P ellenállásokat!



8. ábra

Megjegyzés: A B potenciométert a B1, B2, B3 csatlakozókhoz pontosan ugyanúgy kell csatlakoztatni, ugyanazokkal (a gyártási tűréshatáron belül) az R_L és R_P ellenállásokkal.

E1.2 (0,5 pont)

Vázold fel, hogyan kell a csatlakozókat összekötni, hogy a neuronok bemeneti feszültségei a lehető legszélesebb tartományban változtathatók legyenek!

E1.3 (1,5 pont)

Dolgozz ki egy olyan eljárást, amely lehetővé teszi, hogy megtaláljuk az x_1 és x_2 bemeneti feszültségek olyan kombinációját, amely a lehető legkevesebb méréssel maximalizálja az y kimeneti feszültséget, függetlenül attól, hogy a keresést a bemeneti feszültségek milyen értékeivel kezdjük! Határozd meg ezt a maximális $y_{\max}$ feszültséget, amelyet a továbbiakban az A amplitúdó közelítéseként fogsz használni.

E1.4 (3,5 pont)

Határozd meg a w_1, w_2 súlyokat és a b értékét. Írd le a mérést, és add meg az adatokat táblázatban. Becsüld meg w_1, w_2 és b értékét grafikus módszerrel!

A *Training* a hálózat súlyainak optimalizálását jelenti a kívánt hatékonyság elérése érdekében. Ez lehetővé teszi, hogy az ANN-ek tetszőleges függvényeket közelítsenek. Az alábbi feladatok mindegyikénél egy-egy bemeneti feszültség különböző függvényét kell közelítened a megadott eszközökkel. Ügyelj arra, hogy az áramkörökben egyértelműen jelöld az általad meghatározott bemenetet és kimenetet.

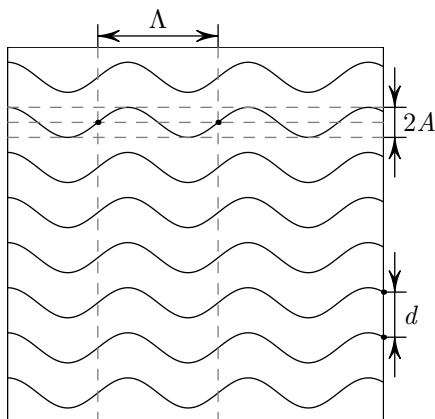
E1.5 (1,5 pont)

Csatlakoztasd az X1-et közvetlenül a +V-hez. Tervezz meg egy áramkört az $y_5(x) = A\sigma(w_2x/2 + b_5)$ függvény közelítésére, ahol x az újonnan definiált bemeneti csatlakozóra adott feszültség. Határozd meg b_5 -öt elméleti úton. Építsd meg az áramkört, végezz méréseket, és vizsgáld meg, hogy az elrendezésed az elvárásoknak megfelelően működik-e! Az adatokból ellenőrizd b_5 értékét.

E1.6 (2,5 pont)

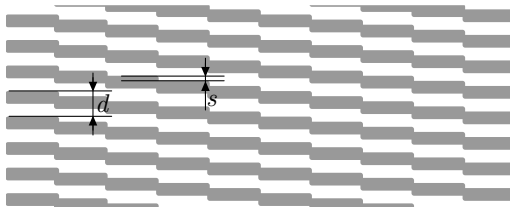
a) Határozd meg az Y csatlakozó belső soros R_{out} kimeneti ellenállását!

b) Tervezz és valósíts meg egy áramkört az $y_6(x) = A_6 \cdot \sigma(w_2x + b) + B_6$ függvény közelítésére, ahol $B_6 = 1,48$ V. Határozd meg elméletileg az A_6 értékét. Építsd meg az áramkört, és vizsgáld meg kísérletileg, hogy a beállítás a várt módon működik-e! Az adataid alapján ellenőrizd az A_6 és B_6 értékeit.

E2 – Rejtett mintázatok (10 pont)

9. ábra

Rendelkezésedre áll egy félig átlátszó fólia, amelynek a felületére egy szabad szemmel nem látható mikromintázat van nyomtatva. A mintázat nagyszámú, egyforma, A amplitúdójú szinuszhullámból áll, amelyek vízszintes irányban Λ periódusúak, és függőleges irányban d távolsággal el vannak tolva egymástól, ahogy ezt vázlatosan a 9. ábra mutatja. Mikroszkóppal nézve a nyomtatott mintázat szigorúan vízszintes vonalszakaszokból áll, amelyek a szomszédjukhoz képest egy állandó s távolsággal függőlegesen el vannak tolva, ahogy ez a 10. ábrán látható.



10. ábra A mintázat, ahogy egy mikroszkóp alatt látszik

Eszközök (lásd a 11. ábrát is)

A Félig átlátszó fólia a felületére nyomtatott mikromintázattal.

B Lézerdióda $\lambda = (654 \pm 5)$ nm hullámhosszal. A lézerdiódát a zárókupak (amelyben egy lencse van) forgatásával a kívánt távolságra lehet fókuszálni.

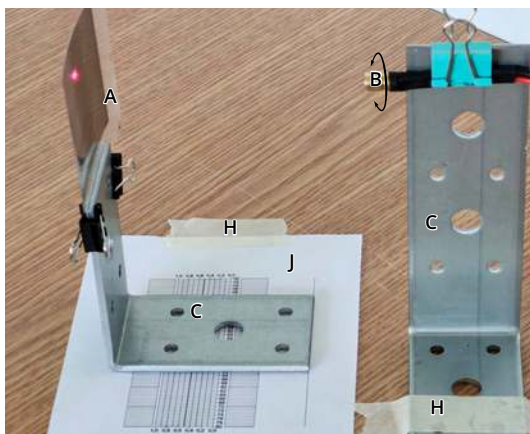
C Két 90 fokban, L-alakú acéltartó a fóliának és a lézernek. A fóliát a kis csipesszel lehet az egyikhez rögzíteni, a lézerdiódát pedig a nagyobb, színes csipesszel vagy a befőttes gumival a másikhoz.

D Egy papírlapra nyomtatott szögmérő – egy polárkoordináta-rendszer sugárirányban 1 mm-es lépésekkel és fokenkénti szögbeosztással.

E Egy ernyő: az eszközöket tartalmazó doboz nagy felülete. Űrítsd ki a dobozt, és tedd úgy az asztalra, hogy a nagy felülete legyen függőleges.

F Vonalzó.

G Mérőszalag.



11. ábra Az A, B, C, H és J elemek a méréshez elrendezve.

H Ragasztószalag a vonalzóra ragasztva. Használj belőle kis darabokat a szög-mérő ernyőre való rögzítéséhez és az elemek asztalon való rögzítéséhez.

I Milliméterpapír.

J Egy 80 mm-es, átlós referenciavonalakkal ellátott papír, amely lehetővé teszi a fő skálabeosztások töredékeinek mérését $\pm 0,1$ mm pontossággal.

Határozd meg a lehető legpontosabban:

- a szinuszhullám Λ periódusát; (2 pont)
- a szomszédos szinuszok d függőleges távolságát; (2 pont)
- a szinusz A amplitúdóját; (3 pont)
- az s lépcsőmagasságát! (3 pont)

Minden feladtnál elvárás, hogy vázold fel a mérési elrendezést és/vagy indokold meg az adott mennyiség mérési módszerét; táblázatos formában foglald össze a mérési adatokat és a számításokat; ahol lehet, határozd meg a keresett mennyiségeket és azok hibáját grafikusán.



Az idei IPhO-ról lapunk októberi számában jelenik meg beszámoló.

2026-ban az EuPhO Göteborgban (Svédország), az IPhO a kolumbiai Bucaramangában lesz. A versenyekre a felkészülés a szokásos módon 2025 szeptemberében kezdődik. A szakkörök helyéről, a szakkörvezetők elérhetőségéről és a foglalkozások időpontjáról a fizika diákolimpiai szakkörök hivatalos honlapján lehet tájékozódni:

<https://ipho.physics.bme.hu/>.

A szakkörökön kívül önálló munkával, a KöMaL elméleti és mérési feladatainak rendszeres megoldásával lehet készülni a jövő évi versenyekre.

Eredményes felkészülést kívánunk!

Szász Krisztián, Vankó Péter



Indulj az Athletica Galactica versenyén, hogy kijuthass a Nemzetközi Csillagászati és Asztrofizikai Diákolimpiára!



Az Athletica Galactica Kárpát-medencei Csillagászati és Asztrofizikai Versenyt a 2025/2026-os tanévben immár 15. alkalommal hirdetjük meg magyar ajkú középiskolás diákok számára, hogy három iskolai fordulóban és az országos döntőben mérhessék össze a csillagászati ismereteiket, fizikatudásukat, szemléletüket és feladatmegoldó készségeiket. A verseny a csillagászat nemzetközi porondjának kapuja: az országos döntő első 10-12 helyezettét meghívjuk a diákolimpiára felkészülő keretbe, ahol minden támogatást megkapnak, hogy kijutásuk esetén eredményesen szerepeljenek a 19. Nemzetközi Csillagászati és Asztrofizikai Diákolimpián.

A verseny menete. Az Athletica Galactica három iskolai fordulóval kezdődik, amelyeken minden jelentkező diák részt vehet. Ezek közül az első kettő elsősorban elméleti jellegű, míg a harmadik a csillagászati adatfeldolgozásra fókuszál. A döntő fordulói a Diákolimpia struktúráját követik: a diákoknak elméleti, adatfeldolgozási, planetáriumi és (távcsöves) észlelési feladatokat kell megoldaniuk. A lefedett témakörök és az elvárt ismeretanyag fordulóról fordulóra bővülnek egészen az országos döntőig, lehetőséget adva a fokozatos felkészülésre. Az első fordulót november elején tartjuk, a részletes felhívás már megtalálható honlapunkon.

Miért jelentkezz a versenyre? Mert a csillagászat érkedfeszítő és rendkívül sokszínű tudományág, amelyben megélheted a fizika és a matematika iránti szeretetedet, a Világegyetem legnagyobb skálái iránti érdeklődésedet, valamint a felfedezés iránti vágyadat. Mert a verseny során az elméleti ismereteken túl is közelebb kerülhetsz a tudományhoz: dolgozhatsz kistávcsövekkel az éjszakai égbolt alatt, elsajátíthatod a csillagászati adatfeldolgozás és kutatómunka alapjait, és bejárhatod az ország fő csillagászati kutatóhelyeit.

Jelentkezz, mert az országos döntőn személyesen találkozhatasz neves csillagász szakemberekkel, korábbi olimpiákonokkal, és összemérheted tudásod az ország számos középiskolájából érkezett diákéval. Mert a verseny, a szakkörök, a döntő, a keretfelkészítés és a diákolimpiák során hazai és nemzetközi barátságok alakulnak ki, amelyek későbbi szakmai kapcsolatok létrejöttét is megalapozzák.

Jelentkezz, hogy képviselhesd Magyarországot a Nemzetközi Csillagászati és Asztrofizikai Diákolimpián!

Ha szeretnél részt venni a megmérettetésen, kérd tanárod segítségét nevezésedhez és felkészítésedhez! Ha erre nincs lehetőség, egyénileg is jelentkezhetsz; országos szakköri hálózatunk pedig minden érdeklődőt szeretettel vár.

Országos szakköri hálózat. Ha nincs olyan tanárod, aki megfelelően tudna támogatni a versenyre való felkészülésben, netán némi kiegészítésre vágysz, téged is várnak ingyenes diákolimpiai szakköreink országszerte, sőt még online is. A szakkö-

rök több szinten futnak, így biztosan megtalálod a hozzád illőt – akár diákolimpikon légy, akár épp csak első lépéseid tedd meg a csillagászat felé.

A szakkörök jellemzően szeptember második felében indulnak, de később is csatlakozhatsz. A részletekről a honlapunkon tájékozódhatsz.

Mi vár a legjobbakra az országos döntő után? A döntőn legjobban szereplő 10-12 versenyző meghívást kap a diákolimpiai felkészülő keretbe. Ők egy négy hónapon átívelő, intenzív felkészítésben vehetnek részt, neves szakemberek és az elmúlt 15 év legjobb magyar diákolimpikonjai vezetésével. Ennek során részt vehetnek három, az ország fő csillagászati kutatóhelyein szervezendő felkészítő hétvégén, egy nyári felkészítő táborban, valamint az otthoni munkát is heti rendszerességgel feladatsorokkal és további, személyre szabott elemekkel segítjük. A közös munka során évről évre egy összetartó, inspiráló közösség formálódik, amely nemcsak a szakmai fejlődést, hanem életre szóló barátságokat is megalapoz.

A felkészülő keretből kerül ki további válogatás nyomán az a csapat, amely Magyarországot képviselheti a 2026-os Nemzetközi Csillagászati és Asztrofizikai Diákolimpián (IOAA), valamint a Közép-európai Csillagászati és Asztrofizikai Diákolimpián (CEOAA).

Hogyan segítheti a tanár diákjai felkészülését? A tanárok szerepe kulcsfontosságú a diákok versenyen való sikeres részvételében. A pedagógus az, aki felfedezheti a tehetséget, motiválhatja a diákját, és megadhatja neki az első lökést a csillagászat világába. Ő győzheti meg, hogy próbálja meg; nevezze be, támogassa, segítsen neki eligazodni az anyagok között – akár szakkör, különóra, akár csak egy-egy jó beszélgetés formájában. És mi ebben is segítjük őt.

A felkészülést kiváló segédanyagok támogatják: Dr. Dálya Gergely *Bevezetés a csillagászatba* című könyve az elméleti háttérrel biztosítja, Dr. Kovács József ehhez tartozó feladatgyűjteménye pedig a feladatmegoldó gyakorlat megteremtését segíti. A honlapon mintafeladatsorok és további segédanyagok is megtalálhatóak, és igény szerint eszközökkel is segítjük a szakkörindítást.

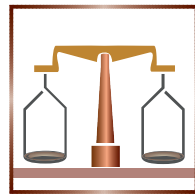
A tanári közreműködés nem csak a diákok sikeréhez járul hozzá: lehetőséget ad a szaktudás bővítésére és szakmai közösségbe való bekapcsolódásra is. Továbbá szakmai konzultációs lehetőséget biztosítunk, a diákja eredményes szereplése esetén pedig a felkészítő tanár részt vehet távcsöves tanfolyamon, ellátogathat Magyarországon különböző csillagászati telephelyeire (Piszkéstetői Observatórium, Svábhegyi Csillagvizsgáló, Bajai Observatórium, Pannon Csillagda), valamint további értékes ajándékokat is nyerhet.

További információ és nevezés: www.athleticagalactica.hu

Kérdés esetén: info@athleticagalactica.hu, +36 30 683 6154

Kurucz Márta, Varga Vázsony

Mérési feladatok megoldása



M. 438. Adott számú dominót állítsunk fel egy egyenes mentén, egymástól azonos távolságra, majd lökjük meg az első dominót. Mennyi idővel később dől el az utolsó dominó? Hogyan függ ez az idő a dominók közötti távolságtól?

(6 pont)

Közli: Széchenyi Gábor, Budapest

Megoldás. Körülbelül 1,5 m hosszúra kihúztam a mérőszalagot, majd egy sima felületre, a padlóra ragasztószalaggal rögzítettem a két végét. Ennek a segítségével felállítottam a dominókat egymástól egyenlő távolságra (1. ábra). A dominók száma minden esetben 28 volt. Ezután okostelefon segítségével elkészítettem a felvételeket. Mindegyik távolsággal háromszor végeztem el a mérést. A mozgás rögzítéséhez 240 képkocka/másodperc fényképezési frekvenciát választottam, ami körülbelül 4,2 ms időbeli felbontást tett lehetővé. A felvételeket ezután a VLC alkalmazással elemeztem. Az alkalmazás kiválasztásánál fontos szempont volt, hogy azzal a felvétel képkockái egyenként megnézhetőek legyenek, ezért a VLC alkalmazáshoz letöltöttem a Time v3.2 nevű bővítményt, ami ezt lehetővé tette (2. ábra). A felvételekből ilyen módon meghatároztam azt, hogy a második és az utolsó dominó mikor kezdett el dőlni. Azért a másodikat vettem és nem az elsőt, mert az első dőlési idejét (amíg eléri a következő dominót) erősebben befolyásolja az, hogy mennyire erősen löktem meg.

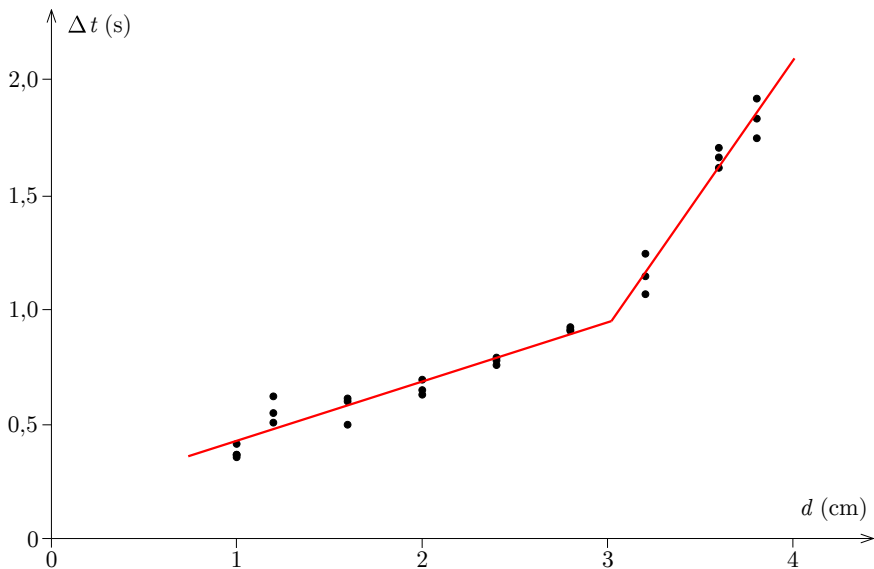


1. ábra



2. ábra

A két idő különbségéből kaptam a dominósor vizsgált részének Δt eldőlési idejét. Az így kapott értékeket a dominók közötti d távolság függvényében ábrázoltam (3. ábra).



3. ábra

A grafikonon jól látható, hogy a teljes dominósor eldőlési ideje nem arányos a dominók közötti távolsággal, és így a dominósor teljes hosszával. Mivel a teljes dominó sor hossza a dominók közötti távolsággal arányos, ezért a dőlési front haladási sebessége függ a dominók távolságától. Kisebb dominók közötti távolságnál ez a sebesség nagyobb, mint nagyobb távolságoknál. A mérési pontokat két részre osztottam a kisebb, illetve a nagyobb távolságok szerint. Ezekre a csoportokra külön-külön egy-egy egyenest illesztettem. Az egyenesek meredekségeiből megbecsültem a dőlési front terjedési sebességét. Kis (kb. 3 cm-nél kisebb) dominóközök esetén a dőlési front terjedési sebessége

$$v_1 = (101 \pm 9) \text{ cm/s},$$

és nagy (3 cm-nél nagyobb) dominóközök esetén

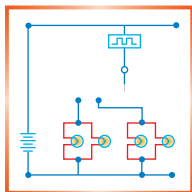
$$v_2 = (22,5 \pm 1,5) \text{ cm/s}.$$

Előbbi körülbelül 4,5-szer nagyobb, mint az utóbbi.

Az időpontok leolvasási hibája körülbelül a képkockák közötti idővel becsülhető, ami $\pm 2,1$ ms. Kisebb értékű hibát eredményezhet a dominók közötti távolság pontatlansága, ami körülbelül $\pm 0,25$ mm. A dominók párhuzamossága sem volt tökéletes, ami szintén befolyásolhatta az időket.

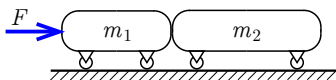
Fülöp Magdaléna (Pécsi Leówey Klára Gimn., 10. évf.)

11 dolgozat érkezett. Helyes 2 megoldás. Kicsit hiányos (5 pont) 6, hiányos (4 pont) 1, hibás 2 dolgozat.



Fizika gyakorlatok megoldása

G. 878. Vízszintes sínen, szorosan egymás mellett áll két kiskocsi. Az egyik 100 g, a másik 150 g tömegű. A kocsik a sínen súrlódás nélkül mozoghatnak. A kisebb tömegű kocsival megtoljuk a nagyobbat úgy, hogy a kisebbikre 0,5 N erőt fejtünk ki vízszintes irányban, az ábra szerint.



- Mekkora a kiskocsik közös gyorsulása?
- Mekkora nyomóerő lép fel a kocsik között?

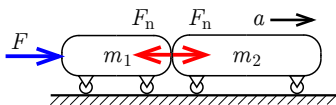
c) Módosul-e az előző két kérdésre adott válasz, ha a nagyobb kocsira fejtünk ki a másik felé irányuló, ugyancsak 0,5 N nagyságú, vízszintes irányú erőt? (4 pont)

Megoldás. a) A két kocsi együtt fog mozogni, így egy testként kezelhetjük őket. Newton II. törvénye szerint:

$$F = (m_1 + m_2)a,$$

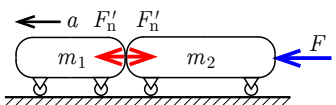
amiből a keresett gyorsulás:

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$



b) A két kocsi gyorsulása egyenlő, $a = 2 \text{ m/s}^2$. A nagyobb kocsi gyorsításához szükséges erőt a két kocsi közötti nyomóerő biztosítja (1. ábra). Ez alapján a keresett erő:

$$F_n = m_2 a = 0,3 \text{ N}.$$



c) A gyorsulás nem változik attól, ha a kocsik sorrendjét megcseréljük (hiszen az össztömeg és a gyorsító erő ugyanakkora), és a két kocsi gyorsulása ekkor is megegyezik. Most a kisebb kocsi gyorsításához szükséges erőt biztosítja a két kocsi közötti nyomóerő (2. ábra). Ez alapján a keresett erő:

$$F'_n = m_1 a = 0,2 \text{ N}.$$

Tehát a kérdésre a válasz: *igen*, módosul a kocsik között fellépő nyomóerő.

Medgyesi András (Budapest, Berzsényi D. Gimn., 9. évf.)

Megjegyzés. Mindkét esetben kiszámítható a kocsik között fellépő nyomóerő az F erővel töltött kocsi felírt Newton-törvény segítségével is. (A két kocsi Newton III. törvénye miatt ugyanakkora nagyságú nyomóerő hat.) Az első esetben (1. ábra) a mozgásegyenlet:

$$F - F_n = m_1 a,$$

amiből

$$F_n = F - m_1 a = 0,3 \text{ N}.$$

A második esetben (2. ábra) pedig:

$$F - F'_n = m_2 a,$$

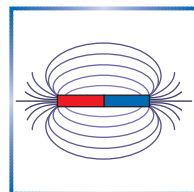
amiből

$$F'_n = F - m_2 a = 0,2 \text{ N},$$

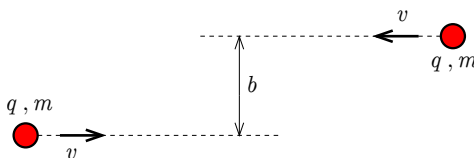
mindkét esetben az előző megoldással összhangban.

41 dolgozat érkezett. Helyes 34 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 6, hiányos (1 pont) 1 dolgozat.

Fizika feladatok megoldása



P. 5622. *Vízszintes, súrlódásmentes, szigetelő asztallapon egymástól távol két q töltésű, m tömegű, kis méretű, szigetelő korong található. Kezdetben ellentétes irányú, v nagyságú sebességgel mozogva közelednek. Ha nem lenne töltésük, az ábra szerinti, egymástól b távolságra lévő egyenesek mentén mozognának. Mekkora lesz a mozgás során a két korong minimális sebessége?*



(5 pont)

Közli: Németh Róbert, Budapest

Megoldás. Írjuk fel a kezdőállapotban a rendszer perdületét a tömegközéppontra vonatkoztatva. Mindkét korong helyvektorának a sebességre merőleges komponense $\frac{b}{2}$ nagyságú, így

$$N = 2mv \frac{b}{2} = mvb.$$

Kezdetben a korongok egymástól távol találhatók, ezért az elektromos potenciális energiát vehetjük 0-nak. A rendszer energiája így kezdetben:

$$E = 2 \cdot \frac{1}{2} mv^2 = mv^2.$$

Mivel a rendszerre csak belső erők hatnak, érvényes a perdületmegmaradás és az energiamegmaradás.

A sebesség akkor lesz minimális, amikor az elektromos potenciális energia maximális, azaz amikor a távolságuk minimális. Legyen ekkor a korongok sebessége u és a távolságuk d . Amikor a távolságuk minimális, akkor a sebességvektorok merőlegesek a korongokat összekötő szakaszra. Felírva erre a pillanatra is a rendszer tömegközéppontra vonatkoztatott perdületét és teljes (elektrosztatikus és mechanikai) energiáját, majd ezeket egyenlővé téve a kezdeti értékekkel, kétismeretlenes egyenletrendszert kapunk:

$$N = 2mu \frac{d}{2} = mud = mub,$$

$$E = \frac{kq^2}{d} + 2 \cdot \frac{1}{2} mu^2 = \frac{kq^2}{d} + mu^2 = mv^2.$$

Az egyenletrendszerből d -t kiküszöbölve u -ra másodfokú egyenletet kapunk:

$$u^2 + \frac{kq^2}{mbv} u - v^2 = 0.$$

Ennek pozitív megoldása adja a minimális sebességet:

$$u = -\frac{kq^2}{2mbv} + \sqrt{\left(\frac{kq^2}{2mbv}\right)^2 + v^2}.$$

Gyenes Károly (Kecskeméti Bányai Júlia Gimn., 11. évf.)

15 dolgozat érkezett. Helyes 10 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 1, hiányos (2–3 pont) 4 dolgozat.

P. 5624. *Két egyforma, vékony rúd egy-egy végét csukló kapcsolja össze, amely körül szabadon elfordulhatnak. Kezdetben a két rúd egy egyenes mentén helyezkedik el, az egyik rúd áll, a másik rúd szabad vége valamekkora sebességgel mozog. A rudak a súlytalanság állapotában szabadon mozoghatnak, nem hat rájuk semmilyen külső erő, és a súrlódás is elhanyagolható. Mekkora a mozgás során a két rúd által bezárt legkisebb szög?*

(6 pont)

A 2018. évi EuPhO 1. feladata nyomán

Megoldás. Legyen a rudak hossza ℓ , tömege m , valamint legyen kezdetben az egyik rúd középpontjának sebessége v_0 , szögsebessége pedig ω_0 . A másik rúd ekkor még mozdulatlan. Ebből kifolyólag a csukló sebessége is 0, ezért igaz, hogy

$$\frac{\ell}{2} \omega_0 = v_0.$$

Vizsgáljuk ezentúl a jelenséget a tömegközépponti rendszerből. Ekkor a két rúd középpontjának sebessége $\frac{v_0}{2}$ és $-\frac{v_0}{2}$. A rendszer mozgási energiája:

$$E = 2 \cdot \frac{1}{2} m \frac{v_0^2}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12} m \ell^2 \omega_0^2 = \frac{5}{12} m v_0^2,$$

perdülete a tömegközéppontra vonatkoztatva:

$$N = \frac{1}{3} m \ell^2 \omega_0 = \frac{2}{3} m \ell v_0.$$

Ez a két mennyiség a mozgás során mindvégig állandó.

Jelöljük a két rúd által bezárt szöget 2φ -vel. Ez akkor minimális, ha vagy $\varphi = 0$ (a két rúd összezsapódik), vagy $\dot{\varphi} = 0$ (a rudak egymáshoz viszonyított forgása megáll). Azonban $\varphi = 0$ ellentmond a megmaradási törvényeknek, így a minimális szög $\dot{\varphi} = 0$ esetén lesz. Ebben a pillanatban a rendszer merev testként viselkedik, amelynek tömegközéppontjára vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka kifejezhető a perdület és a mozgási energia segítségével:

$$\Theta_{\text{tkp}} = \frac{N^2}{2E} = \frac{8}{15}m\ell^2.$$

Ugyanakkor geometriai megfontolásokból egy másik összefüggést is találhatunk erre az értékre. Az *ábra* T pontjára vonatkoztatott tehetetlenségi nyomaték:

$$\Theta_T = 2 \cdot \frac{1}{3}m\ell^2.$$

A Steiner-tétel alapján viszont fennáll:

$$\Theta_T = \Theta_{\text{tkp}} + 2md^2,$$

ahol

$$d = \frac{\ell}{2} \cos \varphi.$$

Behelyettesítve és rendezve:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}m\ell^2 &= \frac{8}{15}m\ell^2 + \frac{1}{2}m\ell^2 \cos^2 \varphi, \\ \cos^2 \varphi &= \frac{4}{15}. \end{aligned}$$

Ebből $\varphi \approx 59^\circ$, így a két rúd által bezárt legkisebb szög 118° .

Fajsi Karsa (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 12. évf.)

11 dolgozat érkezett. Helyes 5 megoldás. Kicsit hiányos (4–5 pont) 4, hiányos (2–3 pont) 2 dolgozat.

P. 5627. Könnyen gördülő, M tömegű kiskocsira egy ℓ hosszúságú, m tömegű fonálingát erősítettünk. A rendszert nyugalmi állapotban vízszintes síkra helyezzük, majd a kiskocsit kicsit meglökjük. Mennyi idő múlva lesz újra ugyanekkora a kiskocsi sebessége?

(5 pont)

Közli: Gelencsér Jenő, Kaposvár

Megoldás. Legyen a talajhoz rögzített vonatkoztatási rendszerben a kiskocsi kezdeti sebessége v_0 . Kezdetben a felfüggesztett test sebessége 0, a tömegközéppont sebessége így:

$$v_{\text{tkp}} = \frac{M}{M+m}v_0.$$

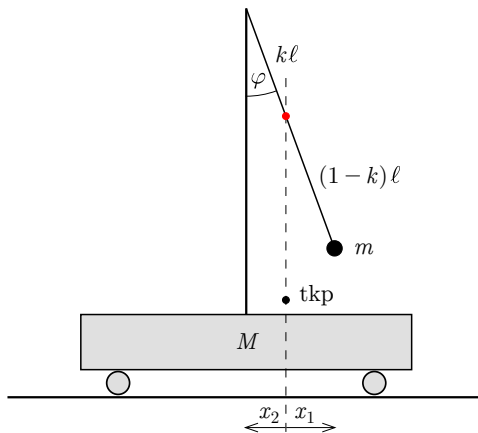
A felfüggesztett test és a kiskocsi sebessége a tömegközépponti rendszerben eszerint:

$$v_1 = 0 - v_{\text{tkp}} = -\frac{M}{M+m}v_0, \quad \text{illetve} \quad v_2 = v_0 - v_{\text{tkp}} = \frac{m}{M+m}v_0.$$

A testekre külső erők nem hatnak, a megoldást folytassuk a tömegközépponti rendszerben. Legyen a fonál függőlegessel bezárt szöge egy tetszőleges esetben φ . Ekkor

a felfüggesztett test és a kiskocsi elmozdulása vízszintes irányban a tömegközépponthoz képest x_1 , illetve x_2 (ábra), ahol

$$(1) \quad mx_1 = -Mx_2.$$



Keressük meg a fonálnak azt a pontját, amely vízszintes irányban nem mozdul el. Legyen ez a pont a fonál felfüggesztésétől $k\ell$ távolságra. Ekkor

$$|x_1| = (1 - k)\ell \sin \varphi \quad \text{és} \quad |x_2| = k\ell \sin \varphi.$$

Ez alapján (1) felhasználásával

$$k = \frac{m}{M + m}.$$

Ennek a pontnak a függőleges elmozdulása (nem túl nagy v_0 esetén) elhanyagolható, így olyan, mintha egy

$$\ell' = (1 - k)\ell = \frac{M}{M + m}\ell$$

hosszúságú fonálingánk lenne. Ennek periódusideje:

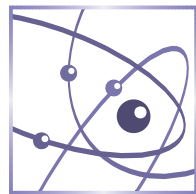
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell'}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{M\ell}{(M + m)g}}.$$

A vízszintes irányú impulzusmegmaradás miatt akkor lesz a kiskocsi sebessége a talajhoz viszonyítva újra v_0 , amikor a kis test sebessége újra 0 lesz. Ez az állapot a meglökés után T időnként következik be.

Erdélyi Dominik (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.)

11 dolgozat érkezett. Helyes 3 megoldás. Kicsit hiányos (3–4 pont) 2, hiányos (1–2 pont) 6 dolgozat.

Fizikából kitűzött feladatok



M. 442. Mérjük meg egy – még nem használt – mosogatószivacs anyagának sűrűségét!

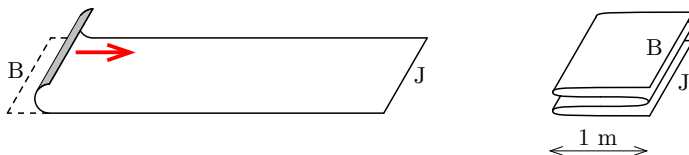
(6 pont)

Közli: Szász Krisztián, Budapest

G. 893. A folyosó padlójára leterített, 4 m hosszúságú szőnyeget négyrét (négy egyforma rétegben) összehajtjuk úgy, hogy bal oldali szegélyét (B) megfogjuk, és folyamatosan 20 cm/s nagyságú, vízszintes irányú sebességgel először jobbra, azután balra, majd ismét jobbra visszük. (Lásd az *ábrát!*)

a) Mennyi időt vesz igénybe a szőnyeg összehajtása?

b) Az összehajtás megkezdésétől mért 5 s elteltével a szőnyegnek milyen hosszú darabja rendelkezik jobbra irányuló sebességgel? A szőnyeg vékony, könnyen hajtható anyagból készült, és nem csúszik meg a padlón. Az irányváltoztatások pillanatszerűen következnek be.



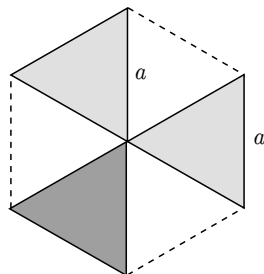
(4 pont)

Tornyai Sándor fizikaverseny, Hódmezővásárhely

G. 894. Egy a oldalú, homogén tömegeloszlású, szabályos hatszög alakú lemezből az *ábra* szerint kivágunk három darab, a oldalú, szabályos háromszög alakú részt, majd a kivágott három darabot az egyik maradék háromszögre tesszük. Hol van az így kapott idom tömegközéppontja?

(4 pont)

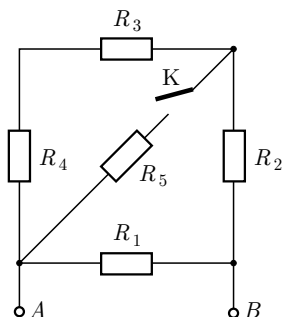
Közli: Zsigri Ferenc, Budapest



G. 895. A Brémai Egyetemen működik egy nagyon magas ejtőtorony. A henger alakú, teljesen zárt ejtőcső belső keresztmetszeti területe 12 m^2 , a csőből közel két óra alatt tudják lényegében teljesen kiszivattyúzni a levegőt, miközben folyamatosan mérik a légnyomást a torony tetején és alján. Tegyük fel, hogy egy adott pillanatban a torony teteje és az alja között a nyomáskülönbség 1000 Pa .

Hány mól levegő volt ebben a pillanatban az ejtőtorony hengerében?

(4 pont)



G. 896. Öt ellenállást kapcsolunk az *ábra* szerint egy 24 V-os feszültségforrás *A* és *B* kimenetére. Az ellenállások: $R_1 = 40\ \Omega$, $R_2 = 50\ \Omega$, $R_3 = R_4 = 10\ \Omega$ és $R_5 = 20\ \Omega$.

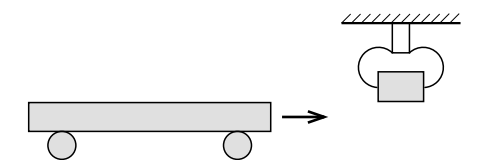
a) Határozzuk meg az áramkör eredő ellenállását a kapcsoló zárt és nyitott állásában!

b) Mennyivel változik meg az R_4 ellenállás teljesítménye, ha a zárt kapcsolót kinyitjuk?

(4 pont)

Közli: Veres Dénes, Szolnok

P. 5661. Egy $m_1 = 4\text{ kg}$ tömegű kiskocsi súrlódás nélkül gurul a vízszintes talajon $v_1 = 2\text{ m/s}$ sebességgel. Egy $m_2 = 1\text{ kg}$ tömegű téglát egy fogószerkezet a kiskocsi későbbi útja fölött tart, épp a kiskocsi magasságában. Amikor a kocsi a szerkezet alá ér, az elengedi a téglát, ami a kocsira kerül. (Függőleges elmozdulása, és így a kocsira érés sebessége elhanyagolható.) A kocsi és a tégl között a súrlódási együttható $\mu = 0,2$. A kiskocsi elég hosszú ahhoz, hogy a tégl ne csússzon le róla.



a) Milyen közös sebességgel mozognak tovább, amikor a tégl már nem csúszik a kiskocsin?

b) Milyen hosszú úton és mennyi ideig csúszik a tégl a kiskocsin, míg ez a közös sebesség ki nem alakul?

c) A talajhoz képest melyikük mekkora utat tesz meg ezalatt?

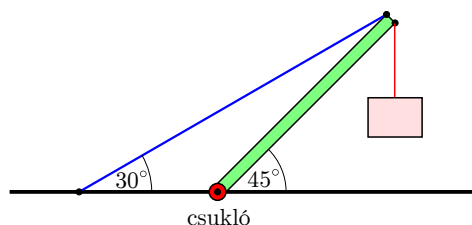
(4 pont)

Közli: Siposs András, Budapest

P. 5662. Egy m tömegű, kezdetben álló testre vízszintes felületen t ideig állandó F nagyságú erő hat. Ezután a test a súrlódási erő hatására t' idő múlva megáll. Mekkora utat tesz meg a test?

(4 pont)

Példatári feladat nyomán



(4 pont)

P. 5663. Az *ábrán* látható rendszer egyensúlyban van. A 45 kg tömegű merevítő rúd végére 225 kg tömegű terhelést akasztottak.

Határozzuk meg a feszítőkábelben ébredő erőt és a csukló által a merevítő rúdra ható erő nagyságát és irányát!

Példatári feladat

P. 5664. Sokszor halljuk, hogy a sarkokon olvadó jég lassítja a Föld tengely körüli forgását. Becsüljük meg a jelenség nagyságát! Az Antarktisz területe 14 millió km^2 , az Arktisz jégtakaróját is tekintjük ugyanekkorának. Vizsgáljuk azt, ha a Déli, illetve az Északi sarkon 1 m vastagságban elolvad a jég.

a) Mennyivel változik a tengerszint az egyik és a másik esetben?

b) Mennyivel változik egy földi nap hossza?

(5 pont)

Közli: Cserti József, Budapest

P. 5665. Egy 2 dm^3 térfogatú hengerben 200 kPa nyomású levegőt zár el egy dugattyú. A henger és a dugattyú is nagyon rossz hővezetőségű anyagból (pl. üvegből) készült. A dugattyút hirtelen megrántjuk, majd rögzítjük, amikor az elzárt levegő 4 dm^3 térfogatra nőtt.

a) Mekkora legkisebb hőmérsékletre hűlhet le a gáz a kezdeti 300 K-ről?

b) Sokat várva az elzárt levegő felmelegszik a kezdeti hőmérsékletre. Legfeljebb mekkora hőt vesz fel az elzárt levegő ezalatt?

(4 pont)

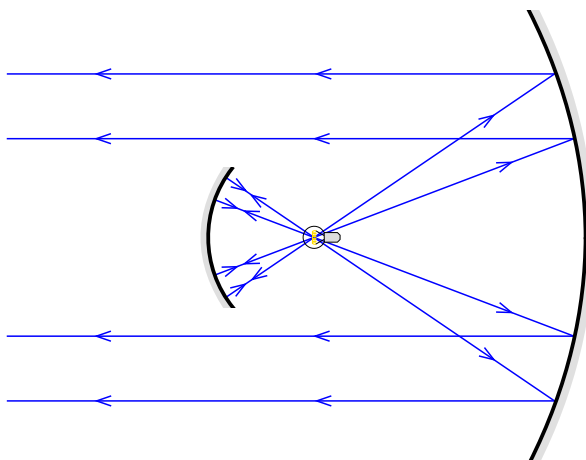
Közli: Simon Péter, Pécs

P. 5666. Egy U_0 feszültségen lévő síkkondenzátor lemezeinek töltését megváltoztatjuk. A pozitív lemez töltését háromszorosára növeljük, a negatívét felére csökkentjük. Mekkora lesz a lemezek között a feszültség?

(4 pont)

Közli: Wiedemann László, Budapest

P. 5667. Az ábrán egy izzólámpa látható két homorú tükör között. A jobb oldali tükör párhuzamos fénynyalábot állít elő, míg a bal oldali, kis méretű tükör megakadályozza, hogy az izzólámpa fényének jelentős része kiszökjön ebből az összeállításból, ami egy gépkocsi reflektorának felel meg.



a) Magyarázzuk el, hogy miért ad erősebb fényt a reflektor a bal oldali kis tükör használatával, mint nélküle!

b) Vonalzóval végezzünk méréseket az *ábrán*, és állapítsuk meg a két tükör fókusz távolságának arányát!

c) Vonalzóval elvégzett méréseink alapján becsüljük meg, hogy az izzólámpa fényének hány százaléka kerül a reflektor által előállított párhuzamos fénynyalábba a kis tükör használata nélkül, illetve a kis tükör beépítésével!

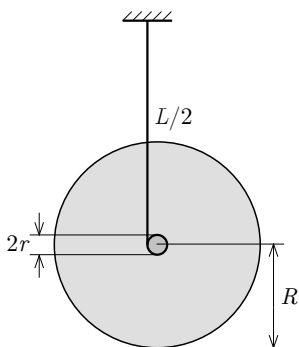
(5 pont)

Példatári feladat nyomán

P. 5668. A deutérium a hidrogén izotópja, atommagja egy protonból és egy neutronból áll. Hasonlítsuk össze a deutérium atom kilogrammban mért tömegét egy proton, egy neutron és egy elektron tömegének összegével! Mivel magyarázható a különbség? A magfizikusok ezt a különbséget a számításaik megkönnyítése érdekében $2,2 \text{ MeV}/c^2$ alakban adják meg. Igazoljuk, hogy ez megegyezik az általunk számított különbséggel! Az adatokat megtalálhatjuk a következő táblázatban: <https://www.komal.hu/cikkek/atomtomegek.pdf>

(3 pont)

P. 5669. Egy $R = 5 \text{ cm}$ sugarú, $m = 0,5 \text{ kg}$ tömegű, homogén anyageloszlású tárcsa $r = 0,5 \text{ cm}$ sugarú tengelyéhez egy $L = 20 \text{ cm}$ hosszúságú, vékony fonál egyik végét rögzítjük, és a fonál $L/2$ hosszúságú részét a tengelyre feltekerjük. A függőleges fonál másik végét rögzített helyzetben tartva a tárcsát elengedjük.



(6 pont)

a) Mekkora erő feszíti a fonalat az egyenesen gyorsuló tárcsa („jojó”) mozgása közben?

b) Mekkora a tárcsa tengelyének sebessége a fonál kitekeredésének pillanatában?

c) A tárcsa függőleges mozgásának megfordulása-kor a fonalat feszítő erő egy rövid időre megnő (a tárcsa „ránt egyet” a fonálon). Becsüljük meg a fonálerő átlagos értékét a rántás alatt!

A tengely tömegét, a fonál függőlegestől való eltérését és a közegellenállást elhanyagolhatjuk. A tárcsa szögsebességét az „átfordulás” alatt tekintjük állandónak.

Közli: Gnädig Péter, Vácduka



Beküldési határidő: 2025. október 15.

Elektronikus munkafüzet: <https://www.komal.hu/munkafuzet>



Eötvös-verseny



Az idei Eötvös-versenyt

2025. október 17-én

pénteken délután 15^h-tól 20^h-ig rendezi meg az Eötvös Loránd Fizikai Társulat.

A versenyen azok a diákok vehetnek részt, akik vagy középiskolai tanulók, vagy a verseny évében fejezték be középiskolai tanulmányaikat. Nemcsak magyar állampolgárságú versenyzők indulhatnak, hanem Magyarországon tanuló külföldi diákok, valamint külföldön tanuló, de magyarul értő diákok is.

A megoldásokat magyar nyelven kell elkészíteni, a rendelkezésre álló idő 300 perc. Minden írott vagy nyomtatott segédeszköz használható, de hagyományos (nem programozható) zsebszámológépen kívül minden elektronikus eszköz használata tilos.

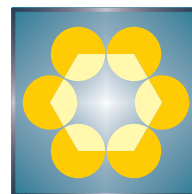
Előzetesen jelentkezni nem kell, elegendő egy személyazonosság igazolására szolgáló okmánnyal (személyi igazolvány, diákigazolvány vagy útlevél) megjelenni a verseny valamelyik helyszínén.

A helyszínek és a versennyel kapcsolatos minden további információ megtalálható a verseny honlapján:

<http://eik.bme.hu/~vanko/fizika/eotvos.htm>

Versenybizottság

MATHEMATICAL AND PHYSICAL JOURNAL FOR SECONDARY SCHOOLS (Volume 75. No. 6. September 2025)



Problems in Mathematics

New exercises for practice – competition K (see page 369): **K. 864.** The arrangement in the figure (see page 369) was created using matches. Find the smallest number of matches which can be moved in a way that instead of the original five congruent squares there are only four squares visible, all of which are congruent to the original ones. **K. 865.** A merchant bought a product from the wholesaler for HUF 3000. He wants to set the price of the product such that even after a 10% discount he earns an extra 20% of the original price. Find the new price of the product. **K. 866.** Find the values of distinct positive integers a , b , c , d if we know that $a(b + c + d) = 16$, $b(a + c + d) = 30$, $c(a + b + d) = 42$. **K/C. 867.** We have two identical rectangular pieces of paper. We cut the first piece of paper into two rectangles with a straight cut. The sum of the perimeters of the two resulting rectangles is 84 cm. We also cut the second piece of paper into two rectangles with a straight cut. The sum of the perimeters of the two resulting rectangles is 96 cm. Find the lengths of sides of the original rectangles. **K/C. 868.** We have written a different digit on each of five

number cards. First we've arranged the five cards such that we have obtained the largest possible five digit number, and then we have arranged them such that we have obtained the smallest possible five digit number. The sum of the two numbers we have obtained this way is 96478. Find the five digits we have written on the five cards. (The number cards must not be rotated – so, for example, you may not turn a 9 into a 6.)

New exercises for practice – competition C (see page 370): **Exercises up to grade 10: K/C. 867.** See the text at Exercises K. **K/C. 868.** See the text at Exercises K. **Exercises for everyone: C. 1863.** There are four children in a family. The ratio of their ages in 2004 was $2:3:4:5$. The sum of their years of birth is 7960. *a)* What were the sum of the ages of the children in 2000? *b)* Find the age of the oldest child in 2004. (Canadian Competition Problem) **C. 1864.** The angles of a hexagon are equal, and the lengths of four consecutive sides are 5, 3, 6 and 7 (in this order). Find the lengths of the next two sides. (Indian Competition Problem) **C. 1865.** In the school arm wrestling championship 17 students took part. Every student played with every other student exactly once, and there were no draws. We call a group of participants *strong*, if every participant not in the group was beaten by at least one participant in the group. Prove that it is always possible to find a strong group containing at most 9 participants. (Proposed by Zoltán Paulovics, Budapest) **Exercises upwards of grade 11: C. 1866.** Three segments are given with lengths 1, a and b (where $a \neq 1$ and $b \neq 1$). Describe a way to construct segments of lengths $\frac{1}{a}$, $a \cdot b$ and $a^2 \cdot b^3$. The elementary constructions, e.g. bisecting an angle, reflecting across a line, etc. do not have to be described in detail. (Proposed by Bálint Bíró, Eger) **C. 1867.** Find the coefficient of term $a^n b^n c^n$ after the expansion and collection of like terms of algebraic expression $(a+b)^n(b+c)^n(c+a)^n$, where n is a positive integer. (The answer can be given as a sum of at most n terms.) (Proposed by Zoltán Paulovics, Budapest)

New exercises – competition B (see page 370): **B. 5470.** 1001, 2002 and 3003 are three consecutive elements of the 14th row of Pascal's triangle. Does there exist another row where three consecutive elements are of the form n , $2n$ and $3n$ for some positive integer n ? (3 points) (Proposed by Bálint Hujter, Budapest) **B. 5471.** At most how many positive integers can be chosen from the first 50 positive integers such that no two have a product which is a perfect 4th power? (3 points) (Proposed by Péter Pál Pach, Budapest) **B. 5472.** Convex quadrilateral $ABCD$ satisfies property $AB = BC = CD$. Prove that if $\angle BCD = 2\angle DAB$, then $\angle ABC = 2\angle CDA$. (4 points) (Proposed by Géza Kós, Budapest and Viktor Vigh, Sándorfalva) **B. 5473.** The sum of some distinct positive integers is 1000. What is the largest possible value of their product? (4 points) (Proposed by Katalin Abigél Kozma, Győr) **B. 5474.** Prove that squares with side lengths 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11, 15, 16, 17, 19 and 23 cannot be arranged in a 45×45 square without overlap. (5 points) (Proposed by Sándor Bozóki, Budapest) **B. 5475.** Show an example of a regular polygon, the area of which equals the product of two of its diagonals. (4 points) (Proposed by Mihály Hujter, Budapest) **B. 5476.** Each of Ali and Baba has a random number generator (RNG). Ali's RNG chooses one of numbers 1, 2, ..., 100 with uniform distribution (each number is chosen with the same probability), and Baba's RNG chooses one of numbers 0, 1, 2, ..., 100 with uniform distribution. Ali calculated the expected number of times he has to use his RNG to get a sum which is at least 101, and Baba calculated the expected number of times he has to use his RNG to get a sum which is at least 100. Whose number is bigger? (6 points) (Proposed by Attila Sztranyák, Budapest) **B. 5477.** Ω is the circumcircle of cyclic quadrilateral $ABCD$. Circles ω_1 and ω_2 are internally tangent to Ω , and both are tangent to line segments AB and CD . Circles ω_1 and ω_2 intersect each other in points P and Q . (See figure on page 372) Prove that line PQ bisects arcs AB and CD of circle Ω . (6 points) (Proposed by Géza Kós, Budapest)

New problems – competition A (see page 372): **A. 911.** For which integers $n \geq 4$ is it true that the area of the regular n -gon is equal to the product of two of its diagonals? (Based on the idea of *Mihály Hujter*, Budapest) **A. 912.** Let ABC be a triangle, and let the symmedian through A intersect the circumcircle of the triangle at a second point A' . Prove that the following three points lie on a line: • the reflection of point A over the line BC ; • the inverse image of point A under inversion with respect to the Feuerbach circle of triangle ABC ; • the midpoint of the chord AA' . (Proposed by *Ábel Szakács*, Budapest) **A. 913.** Let n be a positive integer. Marci writes down the first n positive integers in some order in his notebook, which we cannot see. Let this order be $m(1), m(2), \dots, m(n)$; we would like to determine this order. In one step we may also list the first n positive integers for Marci in some order, let this be $a(1), \dots, a(n)$. Then Marci, in his notebook (which we cannot see), draws a directed graph on n vertices, labelled with $1, 2, \dots, n$, respectively. After this, for every integer $1 \leq i \leq n$, he draws a directed edge from the vertex labelled i to the vertex labelled $m(a(i))$. Finally, the resulting graph with n edges decomposes into a disjoint union of directed cycles (each of which may consist of a single loop), and Marci tells us the number of these cycles. *a)* Prove that the secret permutation can be determined in at most $n \log_2(n)$ steps. *b)* Does there exist a constant $c < 1$ such that for every positive integer n the secret permutation can be determined in at most $cn \log_2(n)$ steps? (Proposed by *Márton Németh*, Budapest)

Problems in Physics

September 2025 (see page 393)

M. 442. Measure the density of a – not yet used – dishwashing sponge.

G. 893. A 4 m long carpet lies on the floor of the corridor. Fold the carpet (in four equal layers) by holding the left edge (B) and move it continuously horizontally at a speed of 20 cm/s first to the right, then to the left and then to the right again (see *the figure*).

a) How long does it take to fold the carpet? *b)* After 5 s from the start of folding, what length of the carpet has a rightward velocity? The carpet is made of thin, easy to fold material, and does not slide on the floor. The changes in the direction of the motion are momentary. **G. 894.** From a regular hexagonal plate with side a and a uniform mass distribution, cut out three equilateral triangles with side a , as shown *in the figure*. Place the three cut-out triangles on one of the remaining triangles. Where is the centre of mass of the resulting shape? **G. 895.** The University of Bremen has a very high drop tower. The cylindrical, completely sealed drop tube has an internal cross-sectional area of 12 m^2 , and it takes nearly two hours to pump out essentially all the air from the tube, during which the air pressure at the top and bottom of the tower is continuously measured. Suppose that at a given moment the pressure difference between the top and bottom of the tower is 1000 Pa. How many moles of air were in the cylinder of the drop tower at this moment?

G. 896. Five resistors are connected to the terminals A and B of a 24 V voltage source as shown *in the figure*. The resistances are $R_1 = 40 \text{ } \Omega$, $R_2 = 50 \text{ } \Omega$, $R_3 = R_4 = 10 \text{ } \Omega$, and $R_5 = 20 \text{ } \Omega$. *a)* Determine the equivalent resistance of the circuit in the closed and open positions of the switch. *b)* How much does the power of resistor R_4 change when the closed switch is opened?

P. 5661. A trolley with mass $m_1 = 4 \text{ kg}$ rolls without friction on the horizontal ground at a speed of $v_1 = 2 \text{ m/s}$. A brick of mass $m_2 = 1 \text{ kg}$ is held by a grabber above the subsequent path of the trolley, just at the height of the trolley (as shown *in the figure*). When the trolley gets underneath the brick, the grabber releases the brick, which is then placed on the trolley. (Its vertical displacement, and hence the speed at which the brick reaches the trolley, is negligible.) There is friction between the trolley and the brick, the coefficient of friction is $\mu = 0.2$. The trolley is long enough to prevent the brick from sliding

off of it. *a)* What is the common speed at which the brick and the trolley move when the brick is no longer sliding on the trolley? *b)* How much distance does the brick cover and for how long does the brick slide on the trolley before this common speed is reached? *c)* What distance relative to the ground is covered during this by the brick and by the trolley? **P. 5662.** A force of constant magnitude F is exerted on an initially stationary body of mass m on a horizontal surface for time t . The body then stops after time t' due to the frictional force. How much distance does the body cover? **P. 5663.** The system shown *in the figure* is in equilibrium. A load of 225 kg is hung on the end of a 45 kg supporting rod. Determine the magnitude and direction of the tension in the cable and of the force exerted by the hinge on the supporting rod. **P. 5664.** We often hear that the melting ice at the poles slows down the Earth's rotation around its axis. Estimate the order of magnitude of this phenomenon. Antarctica can be considered to have an area of 14 million km^2 , and the Arctic ice sheet has the same size. Investigate that cases when the thickness of ice decreases by 1 m due to melting at the South Pole or at the North Pole. *a)* By what amount does sea level change in one case and the other? *b)* How much does the length of an Earth day change? **P. 5665.** In a cylinder of volume 2 dm^3 , a piston is enclosing air at a pressure of 200 kPa. Both the cylinder and the piston are made of a material with very poor thermal conductivity (e.g. glass). The piston is suddenly pulled and then locked when the volume of the enclosed air increased to 4 dm^3 . *a)* What is the minimum temperature to which the gas can cool from the initial 300 K? *b)* After a long time of waiting, the enclosed air warms up to the initial temperature. What is the maximum heat absorbed by the enclosed air during this time? **P. 5666.** The charge of the plates of a parallel plate capacitor is changed. Initially the voltage between the plates is U_0 . The charge of the positive plate is increased by a factor of three and the charge of the negative plate is halved. What will the voltage between the plates be? **P. 5667.** The *figure* shows an incandescent lamp between two concave mirrors. The mirror on the right produces a parallel beam of light, while the small mirror on the left prevents a significant part of the light from the bulb to escape from this mirror arrangement, which is similar to a car's reflector. *a)* Explain why this reflector produces a stronger light with the small mirror on the left than without it. *b)* Use a ruler to make measurements in the *figure* and find the ratio of the focal lengths of the two mirrors. *c)* Based on your measurements with the ruler, estimate what percentage of the light from the incandescent lamp is reflected in the parallel beam produced by the reflector without the small mirror, or with the small mirror. **P. 5668.** Deuterium is an isotope of hydrogen, with a nucleus consisting of a proton and a neutron. Compare the mass of a deuterium atom in kilograms with the sum of the masses of a proton, a neutron and an electron. What is the explanation for the difference? To make their calculations easier, nuclear physicists express this difference in the form of $2.2 \text{ MeV}/c^2$. Prove that this is the same as the difference you calculated! The appropriate data can be found in the table <https://www.komal.hu/cikkek/atomtomegek.pdf>. **P. 5669.** One end of a thin thread of length $L = 20 \text{ cm}$ is attached to an axle of radius $r = 0.5 \text{ cm}$, and $L/2$ length of the thread is wound on the axle. The axle is attached to a disc of radius $R = 5 \text{ cm}$, of mass $m = 0.5 \text{ kg}$ and of uniform mass distribution (see *the figure*). Keeping the other end of the vertical thread in a fixed position, the disc is released. *a)* What is the tension in the thread during the motion of the uniformly accelerating disc ("yo-yo")? *b)* What is the speed of the axle of the disc at the moment the thread gets unwound? *c)* When the vertical movement of the disc is reversed, the tension in the thread increases for a short time (the disc "jerks" the thread). Estimate the average value of the tension in the thread during the jerk. The mass of the axle, the deviation of the thread from the vertical and air resistance can be neglected. Assume that the angular speed of the disc during the "turn" is constant.



A csapat a csapatvezetőkkel az eredményhirdetés után (balról jobbra): Tóth Kolos Barnabás, Elekes Dorottya, Vankó Péter, Téli Miklós, Szász Krisztián, Bencz Benedek és Erdélyi Dominik



Szófia a Vitosáról

Szófia a levegőből (háttérben a Vitosa)



Kőfolyó a Vitosán



Eredeti Sopszka saláta



A Bojana-templom (X–XIII. sz.)

A versenyzés folyamata a nevezéstől a beküldésig

